

HELMo GRAMME
UE Modélisation (3HG13)
AA Optimisation numérique

Optimisation génétique multi-objectif d'un portefeuille de fonds de pension européen sous régime SFDR Article 8

Auteur : Valentin Angenot
Professeur : Vincent Kelner
Défense orale : 20 mai 2026

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	De Markowitz à une frontière institutionnelle multidimensionnelle	1
2	Formulation du problème d'optimisation	1
2.1	Mandat d'investissement modélisé	1
2.2	Univers d'investissement	2
2.3	Variables de décision et représentation chromosomique	2
2.4	Décodage du chromosome en portefeuille faisable	3
2.5	Objectifs d'optimisation	4
2.6	Contraintes institutionnelles	4
2.7	Synthèse du problème	6
3	Résolution par algorithme génétique	6
3.1	Architecture logicielle du solveur	6
3.2	Boucle générale de l'algorithme	6
3.3	Évaluation des individus	7
3.4	Traitement des contraintes	7
3.5	Tri non dominé et diversité	8
3.6	Sélection et remplacement élitiste	8
3.7	Opérateurs génétiques	8
3.8	Paramètres numériques	9
4	Résultats	9
4.1	Validation contre la frontière de Markowitz	9
4.2	Front tri-objectif : rendement, CVaR, ESG	10
4.3	Lecture des contraintes de mandat	11
4.4	Portefeuilles représentatifs	12
4.5	Comparaison aux stratégies naïves	12
4.6	Apport de la formulation tri-objectif	13
4.7	Effet de l'intégration ESG sur la relation risque–rendement	13
4.8	Limites	14
5	Conclusion	15
1	Méthodologie de récupération et traitement des données	17
2	Validation du moteur sur fonctions-test canoniques	18
3	Univers d'investissement : thèses par ligne	20
4	Fiches de lecture des articles scientifiques	28

Table des figures

1	Validation du moteur contre la frontière de Markowitz.	10
2	Front de Pareto tri-objectif en vue 3D	10
3	Projections bidimensionnelles du front tri-objectif	10
4	Compositions des quatre portefeuilles représentatifs.	12
5	Front bi-objectif rendement–CVaR, coloré par ESG.	14
6	Projection rendement–CVaR du front triobjectif.	14
7	Validation du moteur sur fonctions-test canoniques	18

Liste des tableaux

1	Mandat du fonds de pension modélisé.	2
2	Composition de l'univers d'investissement par classe d'actifs.	2
3	Architecture logicielle du moteur d'optimisation.	6
4	Paramètres principaux du moteur NSGA-II.	9
5	Plages des contraintes sur le front Pareto.	11
6	Statistiques des portefeuilles représentatifs.	12
7	Stratégies de référence vs portefeuille Équilibré.	13
8	Comparaison des logiques de sélection.	13
9	Benchmarks utilisés pour la validation	18

Résumé exécutif

Ce rapport présente la conception, la validation et l'application d'un moteur d'algorithmes évolutionnaires multi-objectif à un problème réaliste de gestion de portefeuille institutionnel. L'algorithme supporte variables continues et discrètes, contraintes non linéaires et problèmes mono- ou multi-objectif. Le moteur d'optimisation est fondé sur NSGA-II (Deb et al., 2002), choisi pour sa robustesse, sa lisibilité méthodologique et son adéquation aux problèmes multi-objectif avec contraintes. L'algorithme est adapté au problème d'allocation étudié.

Le moteur est d'abord validé dans un cadre risque–rendement classique en reconstruisant la frontière efficiente de Markowitz (1952), avant d'être appliqué au problème institutionnel complet. L'application porte sur un fonds de pension européen de 500 M€ classé SFDR Article 8 (European Parliament and Council of the European Union, 2019).

Cette étude est motivée par une dynamique actuelle de recherche visant à dépasser le cadre rendement–risque classique de Markowitz pour intégrer des critères de risque extrême, de durabilité et de contraintes institutionnelles dans la construction de portefeuilles efficients. El Azri (2025) montre qu'une extension multidimensionnelle de la frontière efficiente est possible, mais sur un univers agrégé et discrétisé. Le présent travail transpose cette intuition à l'échelle granulaire de 67 instruments individuels. Il est formulé comme une optimisation tri-objectif : maximisation du rendement espéré, minimisation de la CVaR à 95 % et maximisation du score ESG agrégé. Les contraintes institutionnelles couvrent la cardinalité, les bornes par ligne, par classe d'actifs, les plafonds sectoriels, l'exposition aux devises et la liquidité.

Principaux résultats : (i) le moteur reproduit fidèlement la frontière efficiente de Markowitz ; (ii) les résultats confirment à une échelle instrumentale l'observation d'El Azri (2025) : l'intégration ESG modifie structurellement l'ensemble efficient ; (iii) les contraintes de concentration, de beta et de devises structurent fortement les solutions obtenues ; (iv) le front de Pareto domine les stratégies naïves de référence.

1 Introduction

1.1 De Markowitz à une frontière institutionnelle multidimensionnelle

La théorie moderne du portefeuille, introduite par Markowitz (1952), formalise le choix d'allocation comme un arbitrage entre rendement espéré et risque, ce dernier étant mesuré par la variance du portefeuille. Ce cadre reste un socle fondamental de la gestion d'actifs, car il permet de représenter graphiquement l'ensemble des portefeuilles efficients et de raisonner en termes de compromis.

Cependant, cette représentation bidimensionnelle devient insuffisante lorsque l'on considère un investisseur institutionnel contemporain. Un fonds de pension européen ne cherche pas uniquement à maximiser le rendement pour un niveau de volatilité donné. Il doit également intégrer des contraintes de diversification, de liquidité, d'exposition aux devises, de concentration sectorielle, ainsi que des exigences extra-financières liées au cadre SFDR Article 8.

Des travaux récents soulignent précisément la nécessité d'étendre l'analyse au-delà de la frontière classique. El Azri (2025) montre qu'une extension multidimensionnelle de la frontière efficiente est possible : les dimensions ESG et réglementaire ne se contentent pas de filtrer les portefeuilles, elles modifient la structure même de l'ensemble efficient. Toutefois, son approche repose sur une énumération exhaustive adaptée à un univers agrégé et discrétisé : les allocations sont testées par pas fixes, par exemple 0 %, 3,75 %, 7,5 %, etc., plutôt qu'en laissant les poids varier continûment. Lorsque l'optimisation passe au niveau d'instruments individuels, l'espace de recherche devient combinatoire et le recours à un algorithme génétique multi-objectif s'impose comme une méthode prometteuse d'optimisation.

Le présent travail s'inscrit dans cette continuité. Il propose une formulation multi-objectif appliquée à la construction d'un portefeuille institutionnel européen, en combinant trois dimensions principales :

1. le rendement annuel espéré, que l'on cherche à maximiser ;
2. le risque de queue, mesuré par la CVaR à 95 %, que l'on cherche à minimiser ;
3. le score ESG agrégé du portefeuille, que l'on cherche à maximiser.

2 Formulation du problème d'optimisation

2.1 Mandat d'investissement modélisé

Le fonds étudié est un fonds de pension européen de 500 M€, libellé en euros, dont le passif est constitué de prestations de retraite de long terme indexées sur l'inflation de la zone euro. Il relève de l'Article 8 du *Sustainable Finance Disclosure Regulation*, ce qui signifie que le processus d'investissement doit promouvoir des caractéristiques environnementales ou sociales et en rendre compte de manière explicite. Ce cadre s'ajoute aux exigences prudentielles propres à un fonds de pension et au devoir fiduciaire envers les bénéficiaires, qui imposent de concilier performance réelle de long terme, maîtrise du risque et prise en compte extra-financière.

TABLE 1. Mandat du fonds de pension modélisé.

Paramètre	Hypothèse retenue
Actifs sous gestion	500 M€
Horizon d'investissement	20 ans, cohérent avec la durée longue du passif
Nature du passif	Retraites indexées sur l'inflation HICP de la zone euro
Devise de référence	EUR
Cadre extra-financier	SFDR Article 8
Cible de rendement	HICP + 5%, soit environ 7,5% nominal dans le scénario central
Budget de volatilité	8–12 % annualisé
Tolérance au risque de queue	Maîtrise des pertes extrêmes via la CVaR à 95 %
Liquidité	Portefeuille majoritairement investi en instruments cotés et liquides

2.2 Univers d'investissement

L'univers d'investissement initial est composé d'actions, d'obligations et d'actifs alternatifs. Après filtrage des données disponibles, l'optimisation est menée sur l'ensemble des instruments effectivement exploitables. On note

$$\mathcal{I} = \{1, \dots, N\} \quad (1)$$

l'ensemble des $N = 67$ actifs retenus.

Chaque actif $i \in \mathcal{I}$ est caractérisé par un rendement annuel espéré μ_i , une contribution au risque via la matrice de covariance Σ , une classe d'actifs, un secteur, une devise de cotation, un score ESG et un score de liquidité. Les thèses d'investissement détaillées par ligne sont présentées en Annexe 3.

Le tableau 2 synthétise la composition de l'univers par classe d'actifs et par poche.

TABLE 2. Composition de l'univers d'investissement par classe d'actifs.

Classe	Poche	Lignes	Principaux instruments
Actions (36)	Technologie & Communication US	7	MSFT, AAPL, GOOGL, NVDA, META, CRM, AMZN
	Santé US	5	JNJ, UNH, LLY, PFE, ABBV
	Consommation US	5	PG, KO, WMT, COST, HD
	Financières US	4	JPM, BAC, V, BRK-B
	Industrie US	3	CAT, DE, HON
	Grandes capitalisations EUR	8	ASML, SAP, MC, NESN, NOVO-B, ALV, SAF, SIE
	Transition énergétique	3	NEE, ORSTED, ENR
	Marchés émergents & ETF	5	TSM, 005930.KS, IEFA, VWO, SUSX
Obligations (21)	Souverain EUR	5	IBTS, IBGM, IBGL, IBCI, IGLA
	Corporate EUR	3	IEAC, IHYG, XBSG
	US & global	12	SHY, IEF, TLT, TIP, LQD, EMB, EMLC, BND, ...
Alternatifs (10)	Commodités, REITs, infra	10	SGLN, SLV, DBC, COPX, URA, LIT, IFGL, VNQ, ...

L'univers couvre trois devises principales (EUR, USD, GBP) et offre une diversification géographique large (Amérique du Nord, Europe, marchés émergents). Les scores ESG de l'univers s'échelonnent de 42 (DBC, commodités fossiles) à 92 (XBSG, green bonds corporate EUR). La méthodologie de récupération et de traitement des données est détaillée en Annexe 1.

2.3 Variables de décision et représentation chromosomique

La décision d'allocation est décrite par deux vecteurs :

$$\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_N), \quad \mathbf{z} = (z_1, \dots, z_N). \quad (2)$$

Le vecteur $\mathbf{w}$ contient les poids effectivement détenus dans le portefeuille, tandis que $\mathbf{z}$ indique les actifs retenus. Pour chaque actif $i \in \mathcal{I} = \{1, \dots, N\}$, on impose :

$$w_i \in [0, w_{\max}], \quad z_i \in \{0, 1\}. \quad (3)$$

La variable z_i vaut 1 si l'actif i est inclus dans le portefeuille, et 0 sinon. Le lien entre sélection et pondération est donc donné par :

$$z_i w_{\min} \leq w_i \leq z_i w_{\max}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (4)$$

Ainsi, un actif exclu reçoit automatiquement un poids nul, tandis qu'un actif retenu doit respecter les bornes de gestion $w_{\min}$ et $w_{\max}$.

L'algorithme génétique ne manipule toutefois pas directement le portefeuille final $(\mathbf{w}, \mathbf{z})$. Chaque individu est d'abord représenté par un chromosome brut :

$$\mathbf{x} = (\mathbf{w}^{\text{raw}}, \mathbf{z}^{\text{raw}}) \in [0, w_{\max}]^N \times [0, 1]^N. \quad (5)$$

Le bloc $\mathbf{w}^{\text{raw}}$ contient les poids proposés par les opérateurs génétiques, tandis que $\mathbf{z}^{\text{raw}}$ contient des scores d'inclusion continus. Ces scores ne sont pas encore des décisions binaires : ils expriment seulement la tendance de l'algorithme à retenir ou non chaque actif.

Le rôle du décodeur est alors de transformer ce chromosome brut en portefeuille économiquement admissible :

$$\mathcal{D} : (\mathbf{w}^{\text{raw}}, \mathbf{z}^{\text{raw}}) \mapsto (\mathbf{w}, \mathbf{z}). \quad (6)$$

La procédure de décodage est détaillée dans la sous-section suivante.

2.4 Décodage du chromosome en portefeuille faisable

Le décodeur $\mathcal{D}$ transforme le chromosome brut $\mathbf{x} = (\mathbf{w}^{\text{raw}}, \mathbf{z}^{\text{raw}})$ en portefeuille effectivement évalué $(\mathbf{w}, \mathbf{z})$. Cette transformation impose mécaniquement la cohérence financière minimale du portefeuille : binarisation des inclusions, réparation technique de la sélection, bornage des poids, puis ajustement budgétaire.

Étape 1 — Binarisation des inclusions. Les scores d'inclusion sont transformés en décisions binaires :

$$z_i^{(0)} = \mathbb{1}(z_i^{\text{raw}} \geq 0,5), \quad i = 1, \dots, N. \quad (7)$$

Si aucune inclusion n'est activée, le décodeur retient par sécurité l'actif de poids brut maximal :

$$j^* = \arg \max_{1 \leq i \leq N} w_i^{\text{raw}}, \quad z_{j^*}^{(0)} \leftarrow 1. \quad (8)$$

Étape 2 — Réparation de la sélection. Pour que le plein investissement soit compatible avec les bornes individuelles, le nombre d'actifs retenus doit vérifier :

$$K_{\min}^{\text{feas}} = \left\lceil \frac{1}{w_{\max}} \right\rceil, \quad K_{\max}^{\text{feas}} = \left\lfloor \frac{1}{w_{\min}} \right\rfloor. \quad (9)$$

Si la sélection initiale contient trop peu d'actifs, le décodeur active les actifs exclus ayant les plus grands poids bruts w_i^{raw} . Si elle en contient trop, il retire les actifs inclus ayant les plus faibles poids bruts. On obtient ainsi le vecteur d'inclusion final $\mathbf{z}$. Cette réparation ne remplace pas la contrainte de cardinalité du mandat ; elle garantit seulement qu'un portefeuille pleinement investi peut être construit.

Étape 3 — Initialisation bornée. Conditionnellement à $\mathbf{z}$, les actifs exclus reçoivent un poids nul, tandis que les actifs retenus sont ramenés dans les bornes de gestion :

$$w_i^{(0)} = \begin{cases} 0, & \text{si } z_i = 0, \\ \min(w_{\max}, \max(w_{\min}, w_i^{\text{raw}})), & \text{si } z_i = 1. \end{cases} \quad (10)$$

Le vecteur $\mathbf{w}^{(0)}$ est donc cohérent avec la sélection et les bornes par ligne, mais il ne satisfait pas nécessairement la contrainte budgétaire.

Étape 4 — Réparation budgétaire. Le portefeuille final doit appartenir à l'ensemble admissible :

$$\mathcal{W}(\mathbf{z}) = \left\{ \mathbf{w} \in \mathbb{R}^N : \sum_{i=1}^N w_i = 1, w_i = 0 \text{ si } z_i = 0, w_{\min} \leq w_i \leq w_{\max} \text{ si } z_i = 1 \right\}. \quad (11)$$

Il est obtenu par un opérateur de réparation :

$$\mathbf{w} = \mathcal{R}(\mathbf{w}^{(0)}, \mathbf{z}) \in \mathcal{W}(\mathbf{z}). \quad (12)$$

Si $\sum_i w_i^{(0)} > 1$, l'excès est retiré des actifs encore au-dessus de $w_{\min}$. Si $\sum_i w_i^{(0)} < 1$, le déficit est redistribué entre les actifs encore en dessous de $w_{\max}$. L'opération est répétée jusqu'à obtenir :

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1, \quad w_i = 0 \text{ si } z_i = 0, \quad w_{\min} \leq w_i \leq w_{\max} \text{ si } z_i = 1. \quad (13)$$

Portefeuille réellement évalué. Toutes les fonctions objectif et toutes les contraintes institutionnelles sont calculées sur le portefeuille décodé $(\mathbf{w}, \mathbf{z})$, jamais sur les gènes bruts. La chaîne d'évaluation est donc :

$$(\mathbf{w}^{\text{raw}}, \mathbf{z}^{\text{raw}}) \mapsto \mathbf{z} \mapsto \mathbf{w}^{(0)} \mapsto \mathbf{w}. \quad (14)$$

2.5 Objectifs d'optimisation

Le portefeuille décodé $\mathbf{w}$ est évalué selon trois objectifs : rendement espéré, risque de queue et qualité ESG.

On note

$$\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_N), \quad \mathbf{e} = (e_1, \dots, e_N), \quad (15)$$

respectivement le vecteur des rendements annuels espérés et le vecteur des scores ESG des actifs. Le rendement espéré du portefeuille est donné par :

$$\mathbb{E}[R_p](\mathbf{w}) = \boldsymbol{\mu}^\top \mathbf{w} = \sum_{i=1}^N w_i \mu_i. \quad (16)$$

Le score ESG agrégé du portefeuille est défini de manière analogue comme une moyenne pondérée des scores individuels :

$$ESG_p(\mathbf{w}) = \mathbf{e}^\top \mathbf{w} = \sum_{i=1}^N w_i e_i. \quad (17)$$

Le risque de queue est mesuré par la *Conditional Value-at-Risk* (CVaR) à 95 %. Contrairement à la variance, qui pénalise symétriquement les gains et les pertes, la CVaR cible directement les scénarios défavorables. Elle est donc plus adaptée à un mandat de fonds de pension, où la préservation du capital en scénario adverse est centrale.

Formellement, si $L(\mathbf{w})$ désigne la perte du portefeuille, on définit :

$$\text{CVaR}_\alpha(\mathbf{w}) = \mathbb{E}[L(\mathbf{w}) \mid L(\mathbf{w}) \geq \text{VaR}_\alpha(L)], \quad \text{VaR}_\alpha(L) = \inf \{ \ell \in \mathbb{R} : \mathbb{P}(L \leq \ell) \geq \alpha \}. \quad (18)$$

Dans l'implémentation, la CVaR est estimée par bootstrap historique. À partir de S scénarios annuels de rendement du portefeuille $R_p^{(1)}, \dots, R_p^{(S)}$, on définit les pertes :

$$L^{(s)}(\mathbf{w}) = -R_p^{(s)}(\mathbf{w}), \quad s = 1, \dots, S. \quad (19)$$

Pour $\alpha = 95\%$, la CVaR correspond alors à la perte moyenne dans les 5 % des pires scénarios :

$$\text{CVaR}_{95\%}(\mathbf{w}) = \frac{1}{|\mathcal{T}_{95}|} \sum_{s \in \mathcal{T}_{95}} L^{(s)}(\mathbf{w}), \quad (20)$$

où $\mathcal{T}_{95}$ désigne l'ensemble des scénarios appartenant à la queue supérieure de la distribution des pertes.

Comme le moteur génétique résout un problème de minimisation, les objectifs à maximiser sont changés de signe. La formulation utilisée par l'algorithme est donc :

$$\min_{\mathbf{w}, \mathbf{z}} (-\mathbb{E}[R_p](\mathbf{w}), \text{CVaR}_{95\%}(\mathbf{w}), -ESG_p(\mathbf{w})). \quad (21)$$

2.6 Contraintes institutionnelles

Les contraintes imposées au portefeuille traduisent un mandat institutionnel réaliste. Elles ne servent pas seulement à régulariser l'optimisation : elles définissent l'espace des portefeuilles admissibles.

Plein investissement et lien poids-inclusion. Le portefeuille est entièrement investi :

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1. \quad (22)$$

Le lien entre sélection et pondération est imposé par :

$$z_i w_{\min} \leq w_i \leq z_i w_{\max}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (23)$$

Ainsi, un actif exclu reçoit un poids nul, tandis qu'un actif retenu doit respecter les bornes de gestion.

Cardinalité. Le nombre d'actifs détenus est borné :

$$K_{\min} \leq \sum_{i=1}^N z_i \leq K_{\max}. \quad (24)$$

Cette contrainte évite les portefeuilles trop concentrés, mais aussi les allocations excessivement fragmentées.

Bandes par classe d'actifs. On note $\mathcal{E}$, $\mathcal{B}$ et $\mathcal{A}$ les ensembles d'actions, d'obligations et d'actifs alternatifs. Chaque classe doit respecter une bande d'allocation :

$$\ell_c \leq \sum_{i \in c} w_i \leq u_c, \quad c \in \{\mathcal{E}, \mathcal{B}, \mathcal{A}\}. \quad (25)$$

Plafonds sectoriels. Pour chaque secteur action $s \in \mathcal{S}_{\mathcal{E}}$, l'exposition sectorielle est plafonnée :

$$\sum_{i \in s} w_i \leq u_s, \quad s \in \mathcal{S}_{\mathcal{E}}. \quad (26)$$

Le nombre de contraintes sectorielles dépend donc des secteurs effectivement présents dans l'univers optimisé.

Exposition aux devises. L'exposition aux actifs non libellés en euro est limitée :

$$\sum_{i: \text{ccy}_i \neq \text{EUR}} w_i \leq u_{\text{FX}}. \quad (27)$$

Cette contrainte représente un budget de risque de change cohérent avec un fonds de pension européen.

Liquidité. Le portefeuille doit satisfaire un niveau minimal de liquidité agrégée :

$$\sum_{i=1}^N w_i q_i \geq LIQ_{\min}, \quad (28)$$

où q_i désigne le score de liquidité de l'actif i .

Concentration effective. La concentration du portefeuille est contrôlée par l'indice de Herfindahl–Hirschman :

$$HHI(\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^N w_i^2 \leq h_{\max}. \quad (29)$$

Cette contrainte complète la cardinalité : deux portefeuilles peuvent contenir le même nombre d'actifs, mais présenter des niveaux de concentration très différents. Le HHI limite donc la domination de quelques lignes dans l'allocation finale.

Exposition beta. Le beta mesure la sensibilité d'un actif aux variations d'un indice de marché de référence. Dans ce travail, le benchmark retenu est le MSCI World, représenté par l'ETF *URTH* dans le pipeline de données. Pour chaque actif i , le beta est estimé à partir des rendements historiques hebdomadaires de l'actif ($r_{i,t}$) et du benchmark ($r_{m,t}$) :

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(r_i, r_m)}{\text{Var}(r_m)}. \quad (30)$$

En pratique, avec T observations historiques, cette estimation s'écrit :

$$\hat{\beta}_i = \frac{\sum_{t=1}^T (r_{i,t} - \bar{r}_i)(r_{m,t} - \bar{r}_m)}{\sum_{t=1}^T (r_{m,t} - \bar{r}_m)^2}. \quad (31)$$

Le beta agrégé du portefeuille est ensuite obtenu comme la moyenne pondérée des betas individuels :

$$\beta_p = \sum_{i=1}^N w_i \beta_i = \boldsymbol{\beta}^\top \mathbf{w}. \quad (32)$$

Il est borné par :

$$\beta_{\min} \leq \boldsymbol{\beta}^\top \mathbf{w} \leq \beta_{\max}. \quad (33)$$

Cette contrainte encadre l'exposition systématique du portefeuille : elle évite à la fois une sous-exposition excessive au moteur de performance actions et une exposition trop agressive au risque de marché.

2.7 Synthèse du problème

Le problème peut être résumé comme suit :

$$\begin{aligned}
& \min_{\mathbf{w}, \mathbf{z}} \quad (-\mathbb{E}[R_p](\mathbf{w}), \text{CVaR}_{95\%}(\mathbf{w}), -\text{ESG}_p(\mathbf{w})) \\
& \text{s.c.} \quad \mathbf{w} \in \mathcal{W}(\mathbf{z}), \\
& \quad K_{\min} \leq \sum_{i=1}^N z_i \leq K_{\max}, \\
& \quad \ell_c \leq \sum_{i \in c} w_i \leq u_c, \quad c \in \{\mathcal{E}, \mathcal{B}, \mathcal{A}\}, \\
& \quad \sum_{i \in s} w_i \leq u_s, \quad \forall s \in \mathcal{S}_{\mathcal{E}}, \\
& \quad \sum_{i: \text{ccy}_i \neq \text{EUR}} w_i \leq u_{FX}, \\
& \quad \sum_{i=1}^N w_i q_i \geq \text{LIQ}_{\min}, \\
& \quad \sum_{i=1}^N w_i^2 \leq h_{\max}, \\
& \quad \beta_{\min} \leq \boldsymbol{\beta}^\top \mathbf{w} \leq \beta_{\max}, \\
& \quad z_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, N.
\end{aligned} \tag{34}$$

La contrainte $\mathbf{w} \in \mathcal{W}(\mathbf{z})$ regroupe les propriétés imposées par le décodeur : plein investissement, poids nul pour les actifs exclus et bornes individuelles pour les actifs retenus.

3 Résolution par algorithme génétique

3.1 Architecture logicielle du solveur

La résolution du problème repose sur un moteur d'optimisation développé en Python et organisé de manière modulaire. L'objectif n'est pas de coder un algorithme spécifique uniquement pour le cas du fonds de pension, mais de construire un solveur générique capable de traiter des problèmes mono- ou multi-objectif, avec variables continues et discrètes, sous contraintes d'inégalité.

L'architecture distingue quatre niveaux.

TABLE 3. Architecture logicielle du moteur d'optimisation.

Module	Rôle
<code>data_loader.py</code>	Récupération des prix, construction des rendements, annualisation des statistiques et assemblage de l'univers d'investissement.
<code>portfolio.py</code>	Définition du problème financier : décodage du chromosome, calcul des objectifs, génération des scénarios de CVaR et construction des contraintes institutionnelles.
<code>engine.py</code>	Cœur générique du moteur évolutionnaire : représentation des individus, évaluation, dominance contrainte, tri non dominé, sélection, croisement, mutation et remplacement élitiste.
<code>run_portfolio.py</code>	Pipeline expérimental : lancement des expériences, sauvegarde des résultats, génération des figures et comparaison des stratégies de référence.

3.2 Boucle générale de l'algorithme

Chaque individu de la population est un chromosome brut :

$$\mathbf{x} = (\mathbf{w}^{\text{raw}}, \mathbf{z}^{\text{raw}}) \in [0, w_{\max}]^N \times [0, 1]^N. \tag{35}$$

À chaque génération, ce chromosome est décodé en portefeuille faisable, évalué sur les objectifs du problème, puis classé selon les règles de dominance contrainte.

L'algorithme distingue une phase d'initialisation et une phase d'évolution. Lors de l'initialisation, une première population de chromosomes est générée, réparée si nécessaire, décodée en portefeuilles et évaluée. Cette population constitue la génération 0.

Pour chaque génération $g = 1, \dots, G$, la boucle évolutionnaire suit ensuite les étapes suivantes :

1. sélection des parents dans la population courante ;

2. application des opérateurs de croisement et de mutation ;
3. réparation numérique des chromosomes enfants ;
4. décodage des chromosomes enfants en portefeuilles ;
5. évaluation des objectifs et des contraintes ;
6. fusion parents–enfants ;
7. tri par dominance contrainte ;
8. calcul de la diversité au sein des fronts ;
9. sélection élitiste des n_{pop} meilleurs individus pour former la génération suivante.

Le processus est répété pendant un budget fixe de générations.

3.3 Évaluation des individus

L'évaluation d'un individu ne s'effectue jamais directement sur les gènes bruts. Le chromosome est d'abord transformé par le décodeur présenté en Section 2.4. Le portefeuille obtenu $(\mathbf{w}, \mathbf{z})$ sert ensuite à calculer les objectifs économiques :

$$\mathbb{E}[R_p](\mathbf{w}), \quad \text{CVaR}_{95\%}(\mathbf{w}), \quad \text{ESG}_p(\mathbf{w}).$$

Comme le moteur fonctionne en minimisation, les objectifs du problème sont encodés sous la forme suivante :

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = (-\mathbb{E}[R_p](\mathbf{w}), \text{CVaR}_{95\%}(\mathbf{w}), -\text{ESG}_p(\mathbf{w})). \quad (36)$$

Les contraintes institutionnelles sont exprimées sous forme standard :

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j = 1, \dots, J. \quad (37)$$

Dans l'implémentation retenue, les contraintes sont formulées sous une forme adimensionnelle afin que la somme des violations ne soit pas dominée par une contrainte exprimée sur une échelle numérique plus large. Autrement dit, chaque contrainte est définie comme un résidu normalisé :

$$g_j(\mathbf{x}) = \frac{r_j(\mathbf{x})}{s_j}, \quad s_j > 0, \quad (38)$$

où $r_j(\mathbf{x})$ désigne le résidu brut de la contrainte j et s_j son facteur d'échelle. Cette normalisation permet de comparer des dépassements exprimés dans des unités ou ordres de grandeur différents.

Pour chaque individu, la violation totale des contraintes est alors mesurée par la somme des parties positives des contraintes normalisées :

$$V(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^J \max(g_j(\mathbf{x}), 0). \quad (39)$$

Ainsi, une contrainte satisfaite ne contribue pas à $V(\mathbf{x})$, tandis qu'une contrainte violée y contribue à hauteur de son résidu positif normalisé. Un individu est considéré comme faisable lorsque :

$$V(\mathbf{x}) \leq \varepsilon, \quad (40)$$

où ε désigne une faible tolérance numérique destinée à absorber les erreurs d'arrondi.

3.4 Traitement des contraintes

Le traitement des contraintes repose sur deux mécanismes complémentaires.

Le premier est le décodeur. Il absorbe les contraintes mécaniques du portefeuille : plein investissement, cohérence entre poids et inclusion, poids nul pour les actifs exclus et bornes individuelles pour les actifs retenus. Ces propriétés ne sont donc pas laissées à la recherche évolutionnaire ; elles sont imposées avant toute évaluation.

Le second est la dominance contrainte. Les contraintes institutionnelles restantes sont évaluées après décodage. La comparaison entre deux individus A et B suit alors la règle de Deb (2000) :

1. une solution faisable domine toujours une solution infaisable ;
2. entre deux solutions infaisables, celle dont la violation totale est la plus faible est préférée ;
3. entre deux solutions faisables, la dominance de Pareto classique est appliquée.

Formellement, une solution faisable A domine une solution faisable B si :

$$f_m(A) \leq f_m(B) \quad \forall m, \quad \exists m^* : f_{m^*}(A) < f_{m^*}(B). \quad (41)$$

3.5 Tri non dominé et diversité

Après évaluation, les individus sont répartis en fronts de Pareto. Le premier front contient les solutions non dominées. Le deuxième front contient les solutions dominées uniquement par celles du premier front, et ainsi de suite.

Au sein d'un même front, une mesure de diversité est utilisée pour éviter que la population ne se concentre sur une seule zone du compromis. Dans NSGA-II, cette diversité est assurée par la *crowding distance*. Pour chaque objectif, les solutions sont triées, puis les individus situés dans des zones moins denses sont favorisés.

3.6 Sélection et remplacement élitiste

La sélection des parents repose sur un tournoi binaire. Deux individus sont tirés aléatoirement dans la population. L'individu appartenant au meilleur front est sélectionné. En cas d'égalité de rang, l'individu présentant la meilleure mesure de diversité est retenu.

Après croisement et mutation, la population parent et la population enfant sont fusionnées. Les individus sont ensuite triés par rang de Pareto, puis par diversité. Les meilleurs individus sont conservés jusqu'à reconstituer une population de taille fixe.

Ce remplacement élitiste garantit que les meilleurs compromis trouvés ne sont pas perdus au cours de l'évolution. Il stabilise progressivement le front de Pareto tout en maintenant une diversité suffisante entre les solutions non dominées.

3.7 Opérateurs génétiques

Croisement SBX. Le moteur principal utilise le *Simulated Binary Crossover* (SBX), introduit par Deb & Agrawal (1995). Cet opérateur est adapté aux chromosomes à valeurs réelles : il génère des enfants autour des parents, avec une dispersion contrôlée par un indice de distribution.

Le croisement est appliqué avec une probabilité p_c à deux parents $\mathbf{x}^{(1)}$ et $\mathbf{x}^{(2)}$. Lorsqu'il est activé, il est effectué variable par variable. Pour chaque gène i , un nombre aléatoire $u_i \sim \mathcal{U}(0, 1)$ est tiré, puis un coefficient d'étalement $\kappa_{q,i}$ est calculé :

$$\kappa_{q,i} = \begin{cases} (2u_i)^{\frac{1}{\eta_c+1}}, & \text{si } u_i \leq 0,5, \\ \left(\frac{1}{2(1-u_i)}\right)^{\frac{1}{\eta_c+1}}, & \text{sinon,} \end{cases} \quad (42)$$

où η_c est l'indice de distribution du croisement.

Les deux composantes enfants sont alors données par :

$$\begin{aligned} c_i^{(1)} &= \frac{1}{2} \left[(1 + \kappa_{q,i}) x_i^{(1)} + (1 - \kappa_{q,i}) x_i^{(2)} \right], \\ c_i^{(2)} &= \frac{1}{2} \left[(1 - \kappa_{q,i}) x_i^{(1)} + (1 + \kappa_{q,i}) x_i^{(2)} \right]. \end{aligned} \quad (43)$$

Une valeur élevée de η_c produit des enfants proches des parents et favorise l'exploitation locale ; une valeur plus faible accroît la dispersion et renforce l'exploration. Dans le portefeuille, le SBX permet ainsi de recombinaison deux structures d'allocation, par exemple une solution maîtrisant mieux la CVaR et une autre offrant un rendement plus élevé.

Mutation polynomiale. La mutation utilisée est la mutation polynomiale, appliquée variable par variable. Pour chaque gène x_i , une perturbation est appliquée avec une probabilité p_m . Lorsqu'une mutation est déclenchée, un nombre aléatoire $u_i \sim \mathcal{U}(0, 1)$ est tiré, puis le facteur de perturbation δ_i est défini par :

$$\delta_i = \begin{cases} (2u_i)^{\frac{1}{\eta_m+1}} - 1, & \text{si } u_i < 0,5, \\ 1 - (2(1-u_i))^{\frac{1}{\eta_m+1}}, & \text{sinon,} \end{cases} \quad (44)$$

où η_m est l'indice de distribution de la mutation.

Le gène muté est ensuite obtenu par :

$$x'_i = x_i + \delta_i (x_i^U - x_i^L), \quad (45)$$

où x_i^L et x_i^U désignent les bornes inférieure et supérieure du gène i .

Le taux de mutation est fixé à :

$$p_m = \frac{1}{d}, \quad (46)$$

où d est le nombre total de gènes. Ce choix conduit, en moyenne, à la mutation d'une composante par individu et par génération.

Une valeur élevée de η_m favorise des perturbations locales, tandis qu'une valeur plus faible renforce l'exploration. Dans le portefeuille, la mutation agit sur les poids bruts w_i^{raw} et sur les scores d'inclusion z_i^{raw} . Les décisions finales d'inclusion $z_i \in \{0, 1\}$ ne sont donc pas produites directement par l'opérateur de mutation, mais par le décodeur $\mathcal{D}$.

Réparation numérique. Après croisement et mutation, les composantes du chromosome brut sont ramenées dans leurs bornes numériques par projection :

$$x_i \leftarrow \min\left(x_i^U, \max\left(x_i^L, x_i\right)\right). \quad (47)$$

Dans le cas du portefeuille, cette projection s'applique aux poids bruts et aux scores d'inclusion :

$$w_i^{\text{raw}} \leftarrow \min(w_{\max}, \max(0, w_i^{\text{raw}})), \quad z_i^{\text{raw}} \leftarrow \min(1, \max(0, z_i^{\text{raw}})). \quad (48)$$

Cette étape ne garantit pas encore la faisabilité financière complète du portefeuille. Elle assure uniquement que le chromosome brut reste dans le domaine numérique attendu. Le décodeur $\mathcal{D}$, décrit à la section 2.4, transforme ensuite ce chromosome en portefeuille exploitable, notamment en déterminant les actifs effectivement retenus et les poids associés.

3.8 Paramètres numériques

Les paramètres principaux utilisés dans les expériences sont résumés dans le Tableau 4.

TABLE 4. Paramètres principaux du moteur NSGA-II.

Paramètre	Valeur	Justification
Taille de population	$n_{\text{pop}} = 350$	Taille retenue pour couvrir un front tri-objectif sans rendre le coût de calcul excessif. Elle permet de conserver une diversité suffisante dans la population finale.
Nombre de générations	$G = 1000$	Budget conservateur. Les diagnostics montrent une stabilisation du front avant 500 générations; les générations supplémentaires permettent d'affiner les extrémités du front et d'obtenir les portefeuilles limites (max rendement, min CVaR, max ESG) utilisés dans la comparaison de la Section 4.6.
Probabilité de croisement	$p_c = 0,95$	Valeur élevée afin de recombiner fréquemment les allocations performantes et d'exploiter les structures déjà identifiées dans la population.
Indice de distribution du croisement	$\eta_c = 8$	Paramètre du croisement simulé binaire. Une valeur modérée autorise des enfants suffisamment différents des parents, tout en évitant des sauts trop destructeurs.
Probabilité de mutation par gène	$p_m = \frac{1}{d} = \frac{1}{2N} \simeq 0,0075$	Probabilité appliquée à chaque gène. Comme $d = 134$, cette règle produit en moyenne une mutation par chromosome, soit environ 350 mutations par génération.
Indice de distribution de mutation	$\eta_m = 15$	Paramètre de la mutation polynomiale. Il limite l'amplitude des perturbations afin d'explorer localement l'espace de recherche sans détruire les portefeuilles déjà performants.

Avant l'application au problème institutionnel complet, le moteur est validé en deux temps. La première validation consiste à vérifier qu'il retrouve la frontière efficiente de Markowitz dans un cadre moyenne-variance classique. Les résultats de validation sur fonctions-test sont présentés en Annexe 2.

La seconde validation (Annexe 2) repose sur des fonctions-test issues de la littérature, afin de contrôler son comportement sur des fronts convexes, non convexes, discontinus, contraints et à variables mixtes.

Les résultats de validation sont présentés au début de la Section 4, avant l'analyse du problème tri-objectif complet.

4 Résultats

4.1 Validation contre la frontière de Markowitz

Le problème de Markowitz est résolu en bi-objectif (minimiser σ_p , maximiser $\mathbb{E}[R_p]$) avec contrainte de plein investissement et borne $w_{\max} = 8\%$.

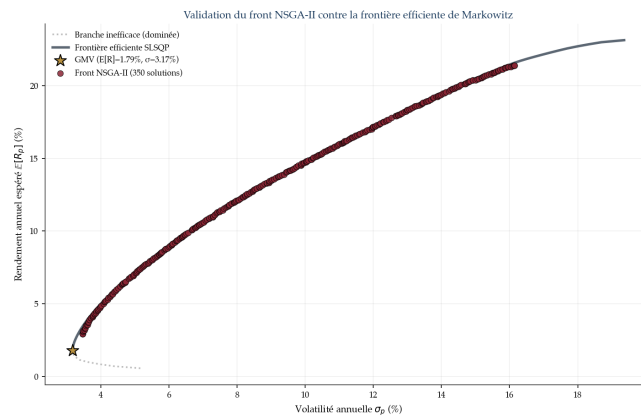


FIGURE 1. Validation du moteur contre la frontière de Markowitz. Trait plein : frontière efficiente de Markowitz. Points bordeaux : Front de Pareto dérivé de l'algorithme. Étoile dorée : portefeuille à variance minimale globale ($E[R] = 1,79\%$, $\sigma = 3,17\%$).

Le front se superpose à la frontière de Markowitz. Ce résultat constitue une première validation de l'algorithme développé dans ce travail.

4.2 Front tri-objectif : rendement, CVaR, ESG

Le front décrit par les figures 2 et 3 émerge de l'optimisation du problème tri-objectif.

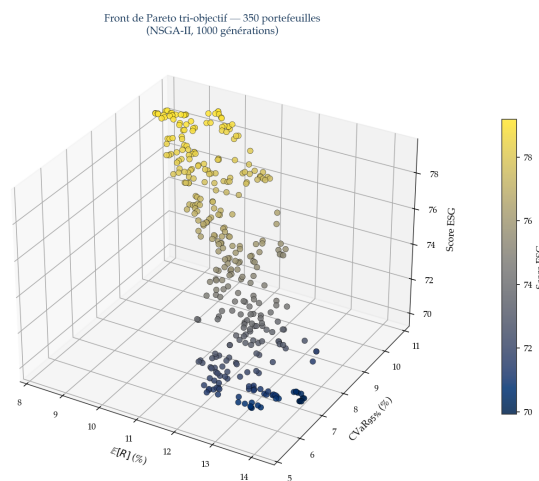


FIGURE 2. Front de Pareto tri-objectif en vue 3D. Couleur : score ESG.

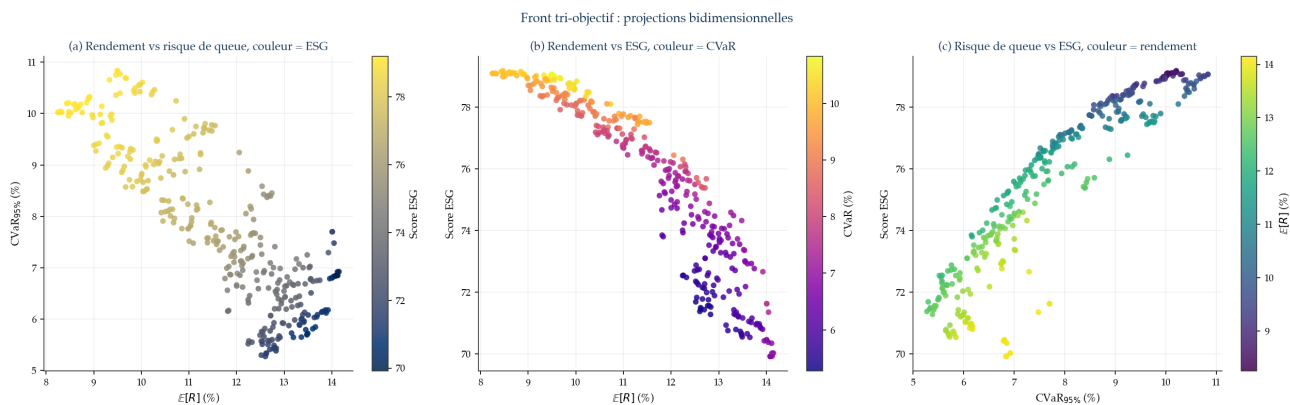


FIGURE 3. Projections bidimensionnelles du front tri-objectif. (a) Rendement vs CVaR, couleur = ESG. (b) Rendement vs ESG, couleur = CVaR. (c) CVaR vs ESG, couleur = rendement.

Trois lectures se dégagent des projections. Le panneau (a) montre que le couple rendement–CVaR ne se lit pas

comme un compromis traditionnel rendement-risque dès lors qu'un troisième objectif ESG est actif : il apparaît sur le front que nous pouvons améliorer le rendement tout en diminuant la CVaR. La limite à cette situation idyllique apparaît lorsque l'analyse est fixée pour un niveau d'ESG donné, où le lien habituel entre rendement et risque est alors vérifié. Augmenter le rendement entraîne une augmentation du risque. Le panneau (b) confirme un arbitrage décroissant marqué entre rendement et ESG sur l'ensemble du front. Le panneau (c) révèle que les portefeuilles les plus élevés en ESG ne sont pas ceux qui minimisent le mieux le risque de queue.

4.3 Lecture des contraintes de mandat

Les contraintes ne sont pas de simples restrictions techniques : elles traduisent des règles de gestion. Le tableau ci-dessous synthétise les plages observées et identifie les contraintes réellement actives.

TABLE 5. Plages des contraintes sur le front Pareto.

Contrainte	Borne	Observé	Statut
Cardinalité K	[20, 35]	[21, 25]	Plancher quasi-actif
HHI	$\leq 0,055$	[0,0495; 0,0550]	Saturé sur une partie du front
Beta β_p	[0,50; 1,50]	[0,500; 0,611]	Plancher saturé
Non-EUR	$\leq 55\%$	[51,5%; 55,0%]	Plafond saturé
Actions	[30%, 55%]	[46,4%; 55,0%]	Plafond saturé
Obligations	[30%, 55%]	[34,6%; 48,3%]	Confortable dans la bande
Alternatifs	[5%, 20%]	[5,0%; 10,8%]	Plancher saturé
Liquidité	≥ 75	[84,4; 84,9]	Non contraignant

Ce tableau ne décrit pas simplement le respect des contraintes : il révèle la **structure cachée du domaine faisable** et les forces qui façonnent le front de Pareto.

Le HHI est la contrainte dominante. Sur une partie significative du front, le HHI atteint exactement sa borne supérieure (0,055). Ce résultat a une implication directe : pour chaque zone du front, un petit nombre d'instruments domine. Un portefeuille orienté rendement concentre sur NVDA, AMZN, LLY ; un portefeuille orienté CVaR concentre sur l'or et les souverains courts ; un portefeuille ESG concentre sur GRNB, NEE, SUSA. Dans chaque cas, l'algorithme voudrait pousser ces lignes au plafond individuel de 8% et minimiser les autres, ce qui maximise mécaniquement le HHI. La contrainte de concentration agit donc comme un *régulateur de conviction* : elle force l'algorithme à répartir le capital au-delà du noyau de lignes dominantes, produisant des portefeuilles plus robustes aux événements idiosyncratiques. Sans cette contrainte, le front contiendrait des portefeuilles plus performants sur le papier, mais vulnérables à un choc sur une ou deux lignes.

Le beta trahit le biais défensif de la CVaR. Les betas observés (0,50–0,61) sont tous dans le tiers inférieur de la bande autorisée (0,50–1,50). Ce n'est pas un hasard : la minimisation de la CVaR pousse structurellement vers des actifs à faible sensibilité au marché actions. Le plancher de beta à 0,50 joue alors un rôle critique : il empêche l'algorithme de construire des portefeuilles pseudo-obligataires qui minimiseraient la CVaR au prix d'un rendement insuffisant. Dit autrement, **le plancher de beta protège l'objectif de rendement contre l'objectif de risque.**

Le budget devise révèle l'attractivité de l'univers USD. L'exposition non-EUR est quasi-saturée sur l'ensemble du front (51,5–55,0%). Ce résultat indique que l'univers contient davantage d'instruments USD attractifs (tech US, Treasuries, TIPS, or coté à Londres en USD) que d'instruments EUR capables de rivaliser sur le couple rendement-risque. Le plafond de 55% agit ici comme un *budget de risque de change implicite* : sans lui, l'algorithme allouerait probablement 65–70% hors EUR, augmentant le risque de change et l'exposition au risque géographique du fonds.

Les actions sont au plafond, les alternatifs au plancher. La poche equity est quasi-saturée (46,4–55,0%) tandis que les alternatifs frôlent le plancher (5,0–10,8%). Ce déséquilibre reflète une réalité de l'univers : les actions offrent à la fois le meilleur rendement espéré et une contribution ESG compétitive (via les grandes capitalisations à score élevé), tandis que les alternatifs (commodités, REITs) peinent à rivaliser sur ces deux dimensions simultanément. L'algorithme ne les retient que pour leur rôle de couverture inflation (or, infrastructure) ou pour respecter le plancher de 5%.

Lecture d'ensemble. Le front de Pareto n'est pas seulement le produit de l'arbitrage entre trois objectifs. Il est **sculpté par les contraintes de mandat.**

4.4 Portefeuilles représentatifs

Quatre portefeuilles représentatifs sont extraits du front de Pareto afin d'illustrer les compromis obtenus entre rendement espéré, risque de perte extrême et performance ESG. Les profils retenus correspondent respectivement au portefeuille de rendement maximal, au portefeuille de CVaR minimale, au portefeuille de score ESG maximal et à un portefeuille équilibré obtenu par score agrégé normalisé.

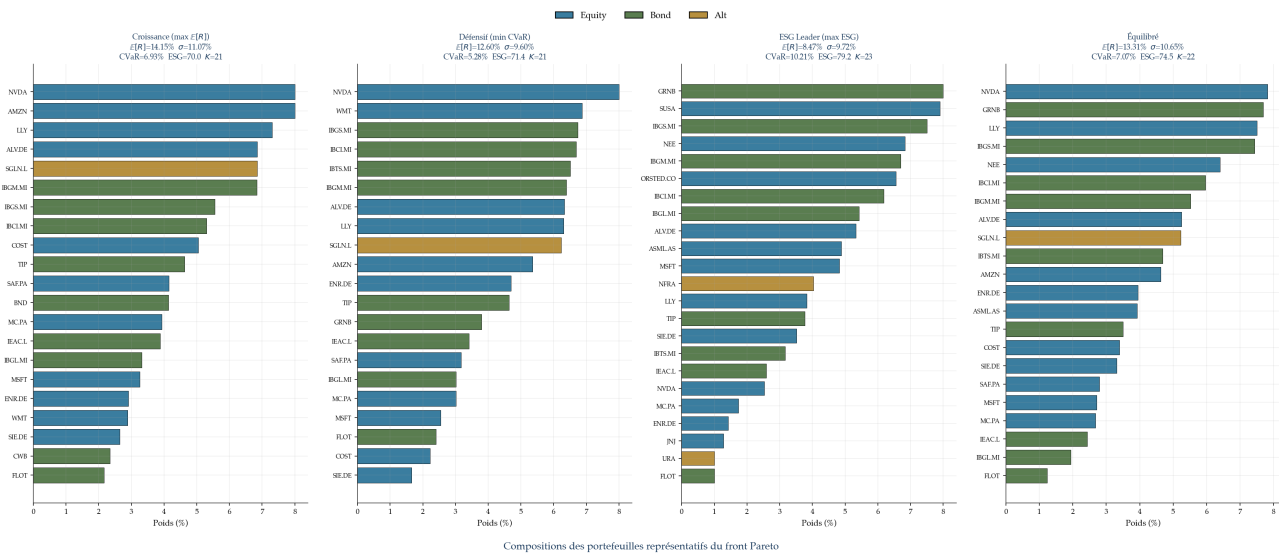


FIGURE 4. Compositions des quatre portefeuilles représentatifs. Barres colorées par classe d'actifs. Tickers triés par poids décroissant.

TABLE 6. Statistiques des portefeuilles représentatifs ($r_f = 2\%$).

Profil	$E[R]$	σ	CVaR	ESG	Sharpe	K
Croissance	14,15%	11,07%	6,93%	70,0	1,10	21
Défensif	12,60%	9,60%	5,28%	71,4	1,10	21
ESG Leader	8,47%	9,72%	10,21%	79,2	0,67	23
Équilibré	13,31%	10,65%	7,07%	74,5	1,06	22

La figure 4 met en évidence des compositions nettement différentes selon le critère privilégié.

Le profil Croissance concentre une part importante de l'allocation sur des grandes capitalisations actions, notamment technologiques et de croissance. Cette orientation se traduit par le rendement espéré le plus élevé de l'échantillon représentatif (14,15%), mais avec une volatilité également plus importante (11,07%) et un score ESG plus faible que les profils ESG Leader et Équilibré.

Le profil Défensif correspond au portefeuille minimisant la CVaR. Il présente la CVaR la plus faible des quatre profils (5,28%) ainsi qu'une volatilité inférieure à celle du portefeuille Croissance. Sa composition intègre davantage d'instruments obligataires et d'actifs à rôle défensif. Son rendement espéré reste néanmoins proche de celui du profil Équilibré, ce qui suggère que la réduction de la CVaR ne s'accompagne pas, dans cet échantillon, d'une baisse proportionnelle du rendement espéré.

Le profil ESG Leader maximise le score ESG, qui atteint 79,2. Sa composition se distingue par une présence plus marquée d'instruments associés à des thématiques ESG ou à des expositions obligataires vertes. En contrepartie, ce portefeuille présente le rendement espéré le plus faible des quatre profils (8,47%) et la CVaR la plus élevée (10,21%).

Enfin, le portefeuille Équilibré se situe dans une zone intermédiaire du front. Il combine un rendement espéré élevé (13,31%), une CVaR modérée (7,07%) et un score ESG supérieur aux profils Croissance et Défensif (74,5). Son ratio de Sharpe (1,06) reste proche de ceux des profils Croissance et Défensif, tout en améliorant le score ESG par rapport au portefeuille de rendement maximal. Ce profil constitue donc une solution de compromis plutôt qu'un optimum sur une dimension unique.

4.5 Comparaison aux stratégies naïves

Pour apprécier la valeur ajoutée de l'optimisation, le portefeuille Équilibré est comparé à cinq stratégies de référence qui ne nécessitent aucun algorithme d'optimisation :

- **1/N** : poids identique sur les 67 instruments. Diversification maximale, aucune vue de marché.
- **60/40** : 60% actions équipondérées, 40% obligations équipondérées. Cette allocation constitue un portefeuille équilibré de référence, couramment utilisé comme benchmark historique dans la gestion multi-actifs.
- **Pondérée ESG** : poids proportionnel au carré du score ESG ($w_i \propto e_i^2$). Surpondère les instruments ESG sans contrôle du risque.
- **Risk parity** : poids inversement proportionnel à la volatilité ($w_i \propto 1/\sigma_i$). Elle réduit la concentration sur les actifs les plus volatils et cherche à équilibrer les contributions au risque sous une hypothèse simplifiée, mais n'intègre pas les rendements espérés.
- **GMV** : portefeuille à variance minimale globale. Minimise le risque sans cible de rendement.

TABLE 7. Stratégies de référence vs portefeuille Équilibré.

Stratégie	$\mathbb{E}[R]$	CVaR	ESG	Sharpe
1/N	9,92%	12,02%	67,8	0,69
60/40	9,51%	10,22%	69,4	0,73
Pondérée ESG	9,89%	11,53%	70,8	0,71
Risk parity	4,97%	6,94%	70,5	0,49
GMV	1,60%	2,64%	74,1	-0,19
Équilibré	13,31%	7,07%	74,5	1,06

La conclusion est directe : aucune stratégie naïve ne produit un compromis rendement–risque–ESG comparable à celui de l'optimisation multi-objectif.

4.6 Apport de la formulation tri-objectif

Pour isoler la valeur ajoutée du troisième objectif ESG, trois logiques de sélection sont comparées sur le même front :

- **Max rendement** : le portefeuille maximisant $\mathbb{E}[R]$ sous les 23 contraintes.
- **Compromis rendement–CVaR** : le meilleur compromis financier pur, sans considération ESG.
- **Équilibré tri-objectif** : le compromis intégrant les trois dimensions.

TABLE 8. Comparaison des logiques de sélection.

Logique	$\mathbb{E}[R]$	σ	CVaR	ESG	β	K
Max rendement	14,64%	13,19%	10,95%	65,4	0,72	21
Compromis R–CVaR	13,99%	10,74%	6,27%	67,8	0,57	23
Équilibré tri-obj.	13,31%	10,65%	7,07%	74,5	0,56	22

Le passage du compromis financier pur (rendement–CVaR) à l'Équilibré tri-objectif coûte 0,7 point de rendement et 0,8 point de CVaR supplémentaire, mais améliore l'ESG de 6,7 points. C'est le **prix de l'intégration ESG**, rendu explicite par l'approche multi-objectif.

Le Max rendement ($\mathbb{E}[R] = 14,64\%$) a une CVaR de 10,95% et un ESG de 65,4. Ce portefeuille est la borne offensive du problème, pas une allocation viable pour le mandat.

4.7 Effet de l'intégration ESG sur la relation risque–rendement

La comparaison entre le front biobjectif et le front triobjectif permet d'isoler l'effet de l'introduction explicite de l'ESG dans le problème d'optimisation. Dans le cas biobjectif, seuls le rendement espéré et la CVaR sont optimisés ; le score ESG est simplement observé a posteriori. Dans le cas triobjectif, le score ESG devient une dimension de dominance à part entière.

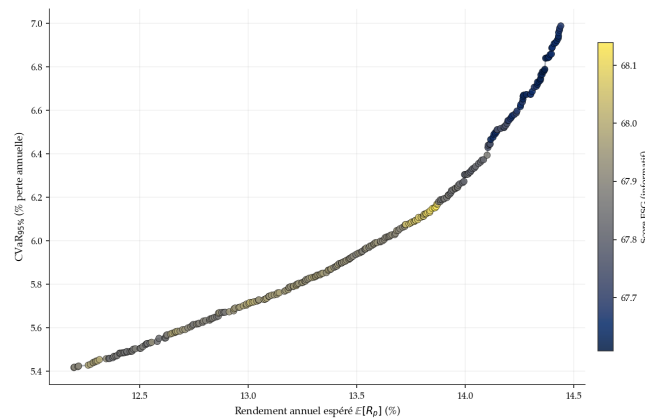


FIGURE 5. Front biobjectif rendement-CVaR, coloré par le score ESG. Le score ESG est ici informatif et n'est pas directement optimisé.

La figure 5 présente un front rendement-risque relativement classique : l'augmentation du rendement espéré s'accompagne d'une hausse progressive de la CVaR. Les scores ESG présents sur le front sont compris dans un interval relativement étroit ; plus explicitement, entre 67,6 et 68,2.

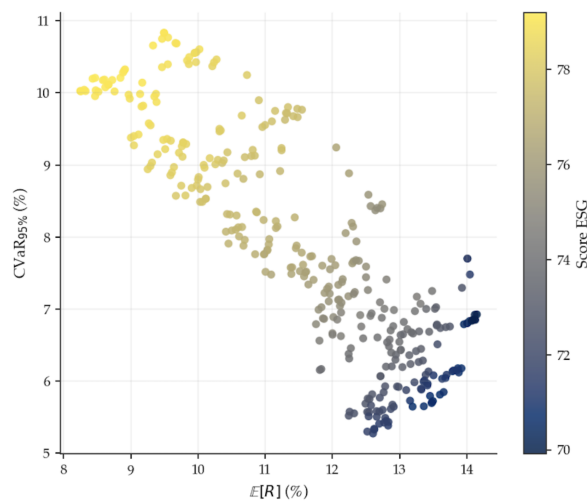


FIGURE 6. Projection rendement-CVaR du front triobjectif, avec le score ESG indiqué par la couleur.

En revanche, la figure 6 montre un changement de structure marqué lorsque l'ESG est ajouté comme troisième objectif. Comme observé dans la projection du front triobjectif présentée à la section 4.2, l'ajout de l'ESG modifie la relation entre rendement et risque présente sur le front. Il est à noter pour le lecteur que l'échelle ESG varie ici de 70 à 79,2. Cette figure montre que, sur le front, l'augmentation du rendement est associée à une diminution du risque. La nuance réside dans l'observation que si nous fixons l'analyse du front à ESG constant, nous retrouvons une relation classique : le rendement augmente alors au coût d'une augmentation du risque. Il s'agit d'une observation particulièrement intéressante dans la continuité du travail d'El Azri (2025).

Le résultat principal est donc le suivant : l'ESG n'agit pas comme une simple couleur ajoutée au front financier. Lorsqu'il devient un objectif explicite, il réorganise l'ensemble des solutions non dominées et fait apparaître des portefeuilles qui n'auraient pas été retenus dans une optimisation limitée au couple rendement-risque. Le rôle du modèle triobjectif est précisément de rendre visible ce coût d'opportunité et de permettre au décideur de choisir le niveau d'ambition ESG compatible avec les contraintes de rendement et de risque du mandat.

4.8 Limites

LIMITE DE MISE EN ŒUVRE.

Quatre limites doivent être gardées à l'esprit.

- **Les coûts de transaction et de rebalancement ne sont pas modélisés.** Un portefeuille de 22 lignes avec un poids maximal de 8% implique des ordres significatifs lors de la mise en place initiale et de chaque rebalancement. Les coûts de *market impact*, les spreads bid-ask et les frais de courtage réduiraient le

rendement net effectif, en particulier sur les lignes les moins liquides (alternatifs, ETF thématiques). La marge de sécurité que présente le Portefeuille Équilibré par rapport à l'objectif de 7.5% est appréciable.

- **Les résultats restent in-sample.** Le front de Pareto est construit sur la fenêtre 2015–2025. Le rapport montre qu'un compromis efficace existe sur cet échantillon, mais ne démontre pas encore la même qualité hors échantillon. Un backtest *out-of-sample* avec fenêtre glissante constitue la priorité naturelle pour une extension.
- **Les scores ESG proviennent de sources alternatives.** Les scores utilisés combinent les données Yahoo Finance. L'étude ne mobilise pas les notations des prestataires spécialisés (MSCI, Sustainalytics, Moody's) habituellement utilisés en gestion institutionnelle. L'ordre de grandeur est plausible, mais les niveaux absolus doivent être interprétés avec prudence.
- **L'estimation des rendements espérés est pragmatique mais améliorable.** Les rendements espérés μ_i sont estimés par moyenne historique annualisée des rendements hebdomadaires. Cette méthode est simple et reproductible, mais les moyennes historiques sont des estimateurs bruités des rendements futurs. Or, l'optimisation de portefeuille est sensible à de faibles variations de μ , qui peuvent modifier les poids optimaux (DeMiguel et al., 2009). Si le projet devait susciter un intérêt de continuation, une extension naturelle consisterait à utiliser une estimation plus robuste de μ , par exemple via shrinkage, modèles factoriels ou approche Black–Litterman.

Ces limites ne remettent pas en cause l'intérêt du cadre d'optimisation, mais elles doivent tempérer toute lecture trop littérale des chiffres produits.

5 Conclusion

Ce travail avait pour objectif d'étudier comment une allocation de portefeuille institutionnelle peut intégrer simultanément des objectifs financiers, prudentiels et extra-financiers dans le cadre d'un mandat de type SFDR Article 8. La question centrale n'était donc pas seulement d'optimiser un portefeuille, mais de rendre explicites les compromis entre rendement, risque de queue et qualité ESG.

Les résultats obtenus confirment l'intuition développée par El Azri (2025) : l'intégration de dimensions ESG et réglementaires modifie structurellement l'ensemble efficient. Autrement dit, l'ESG ne se réduit pas à une contrainte secondaire ajoutée après l'optimisation financière ; il déplace la frontière des choix disponibles et transforme la nature même du compromis d'allocation.

Le présent travail prolonge cette contribution sur trois plans. Premièrement, il passe d'un univers agrégé de classes d'actifs à un univers granulaire de 67 instruments individuels. Deuxièmement, il introduit un ensemble de contraintes plus proche d'un mandat institutionnel réel : cardinalité, bornes par ligne, classes d'actifs, secteurs, devise, liquidité, concentration et beta. Enfin, il résout le problème par une métaheuristique multi-objectif, adaptée à un espace de recherche mixte et fortement contraint, là où une approche exhaustive ou strictement déterministe devient difficilement exploitable.

Sur le plan algorithmique, le moteur repose sur NSGA-II, adapté au problème étudié par un décodage spécifique des chromosomes, une projection sur le simplexe borné et un traitement des contraintes par dominance contrainte. Sa validité est d'abord vérifiée sur des fonctions-test canoniques, puis dans un cadre moyenne-variance où le front obtenu est confronté à la frontière efficiente de Markowitz. Cette validation fournit une base numérique solide avant l'application au cas institutionnel complet.

Sur le plan décisionnel, l'apport principal est la quantification du coût d'intégration ESG. Le passage d'un compromis purement financier rendement–CVaR au portefeuille équilibré tri-objectif entraîne une concession limitée d'environ 0,7 point de rendement espéré et 0,8 point de CVaR, mais améliore le score ESG de près de 6,7 points. Ce résultat donne une lecture économique concrète du compromis Article 8 : l'amélioration extra-financière a un coût mesurable, mais ce coût reste compatible avec un profil rendement–risque attractif.

L'analyse montre également que les contraintes de mandat ne sont pas neutres. Le HHI, le beta, les bandes d'actifs et la diversification de devises façonnent fortement la zone efficiente. Les portefeuilles obtenus ne sont donc pas seulement efficaces au sens de Pareto ; ils sont également gouvernables du point de vue d'un investisseur institutionnel.

Plusieurs prolongements peuvent renforcer cette approche : l'intégration des coûts de transaction, l'ajout de contraintes de rotation, une estimation plus robuste des rendements espérés par shrinkage, un backtest *out-of-sample* et l'introduction d'une mesure de risque dépendante du chemin, comme le Maximum Drawdown. Ces extensions permettraient de rapprocher encore davantage le modèle d'une mise en oeuvre opérationnelle en gestion d'actifs.

Références

- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.-M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical Finance*, 9(3), 203–228. <https://doi.org/10.1111/1467-9965.00068>
- Chang, T.-J., Meade, N., Beasley, J. E., & Sharaiha, Y. M. (2000). Heuristics for cardinality constrained portfolio optimisation. *Computers & Operations Research*, 27(13), 1271–1302. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(99\)00074-X](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(99)00074-X)
- Deb, K., & Agrawal, R. B. (1995). Simulated binary crossover for continuous search space. *Complex Systems*, 9(2), 115–148. https://www.complex-systems.com/abstracts/v09_i02_a02/
- Deb, K. (2000). An efficient constraint handling method for genetic algorithms. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 186, 311–338. [https://doi.org/10.1016/S0045-7825\(99\)00389-8](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(99)00389-8)
- Deb, K. (2001). *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. Wiley. <https://www.wiley.com/en-us/Multi+Objective+Optimization+using+Evolutionary+Algorithms-p-9780471873396>
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm : NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 6(2), 182–197. <https://doi.org/10.1109/4235.996017>
- DeMiguel, V., Garlappi, L., & Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification : How inefficient is the 1/N portfolio strategy? *Review of Financial Studies*, 22(5), 1915–1953. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhm075>
- Efron, B., & Tibshirani, R. J. (1993). *An Introduction to the Bootstrap*. Chapman & Hall. <https://doi.org/10.1201/9780429246593>
- El Azri, S. (2025). Multidimensional Extension of the Modern Portfolio Theory : From a 2D Frontier to a 4D Tool for ESG- and Regulation-Aware Investors. Master’s thesis, HEC Liège. <https://matheo.uliege.be/handle/2268.2/23770>
- European Parliament and Council of the European Union. (2019). Regulation (EU) 2019/2088 of the European Parliament and of the Council of 27 November 2019 on sustainability-related disclosures in the financial services sector. *Official Journal of the European Union*, L 317, 1–16. <https://eur-lex.europa.eu/eli/reg/2019/2088/oj>
- Krokhmal, P., Palmquist, J., & Uryasev, S. (2002). Portfolio optimization with conditional value-at-risk objective and constraints. *Journal of Risk*, 4(2), 43–68. <https://doi.org/10.21314/JOR.2002.057>
- Ledoit, O., & Wolf, M. (2004). A well-conditioned estimator for large-dimensional covariance matrices. *Journal of Multivariate Analysis*, 88(2), 365–411. [https://doi.org/10.1016/S0047-259X\(03\)00096-4](https://doi.org/10.1016/S0047-259X(03)00096-4)
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77–91. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>
- Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *Journal of Risk*, 2, 21–41. <https://doi.org/10.21314/JOR.2000.038>
- Sharpe, W. F. (1966). Mutual fund performance. *Journal of Business*, 39(1), 119–138. <https://doi.org/10.1086/294846>
- Tanaka, M., Watanabe, H., Furukawa, Y., & Tanino, T. (1995). GA-based decision support system for multicriteria optimization. *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 1556–1561. <https://ousar.lib.okayama-u.ac.jp/files/public/3/30022/20160528022223247481/fulltext.pdf>
- Zitzler, E., Deb, K., & Thiele, L. (2000). Comparison of multiobjective evolutionary algorithms : Empirical results. *Evolutionary Computation*, 8(2), 173–195. <https://doi.org/10.1162/106365600568202>

Annexe 1 — Méthodologie de récupération et traitement des données

Sources. Les prix historiques proviennent de l'API `yfinance` (Yahoo Finance) qui agrège les données des places boursières NYSE, NASDAQ, LSE, Euronext et des bourses asiatiques référencées. Les données ESG proviennent du champ `sustainability` de la même API.

Fenêtre temporelle. Le choix de la période 2015-01-01 à 2025-03-31, soit 10 ans et 3 mois et 534 observations hebdomadaires, résulte d'un compromis entre longueur de l'historique (pour réduire l'erreur d'estimation sur μ et Σ) et représentativité des régimes récents. Les sous-périodes couvertes sont : *quantitative easing* et taux nuls (2015–2019), choc COVID (mars 2020), rebond (2020–2021), inflation et hausses de taux (2022–2023), rallye IA et désinflation (2024), normalisation début 2025. Cette fenêtre permet donc d'estimer des statistiques stables sur plusieurs régimes macro.

Fréquence hebdomadaire. Les prix sont récupérés au pas hebdomadaire (clôture vendredi) pour trois raisons : (i) réduction du bruit intra-semaine, (ii) alignement sur les pratiques de rebalancement institutionnel, (iii) contention de la taille des matrices de covariance.

Traitement des splits et dividendes. Le paramètre `auto_adjust=True` de `yfinance` applique automatiquement les ajustements. Les rendements sont donc des rendements totaux.

Données manquantes. Pour chaque ticker, les lignes avec prix absents sont ignorées. Les tickers avec couverture inférieure à 50% sont exclus (aucun n'a été rejeté ici ; Orsted commence en 2017 mais sa couverture dépasse 80%).

Scores ESG. Les scores `yfinance.sustainability` sont des scores de risque ESG dans $[0, 40]$ où 0 est le plus bas risque. Nous les convertissons en scores de qualité dans $[0, 100]$ par $e_i = \max(0, 100 - 2,5 \cdot \text{risk}_i)$. Pour les tickers sans score (ETF obligataires principalement), nous attribuons un score de base suivant le type : cash et govies ~ 72 ; linkers ~ 80 ; IG corp ~ 68 ; HY corp ~ 48 ; green bonds ~ 92 ; matières premières ~ 42 –55. Ces attributions sont documentées dans `universe_spec.py` et ont été comparées qualitativement aux évaluations publiques MSCI et Sustainalytics.

Sortie. Le `data_loader` produit un objet `UniverseData` contenant les prix, les rendements logarithmiques hebdomadaires, μ et Σ annualisés (facteur 52), les scores ESG, les métadonnées (classe, secteur, devise) et les thèses d'investissement par ticker.

Annexe 2 — Validation du moteur sur fonctions-test canoniques

Avant son application au problème d'allocation de portefeuille, le moteur NSGA-II est validé sur cinq fonctions-test canoniques. Les quatre premières appartiennent à la famille ZDT et disposent d'un front de Pareto analytique connu. Elles permettent de tester différentes géométries de front : convexe, non convexe, discontinu et multimodal. Le benchmark TNK est ajouté afin de vérifier le comportement du moteur sur un problème bi-objectif contraint.

Tous les benchmarks sont exécutés avec le même budget numérique que le problème applicatif principal, soit une population de 350 individus et 1000 générations.

Validation du moteur NSGA-II sur fonctions-test canoniques

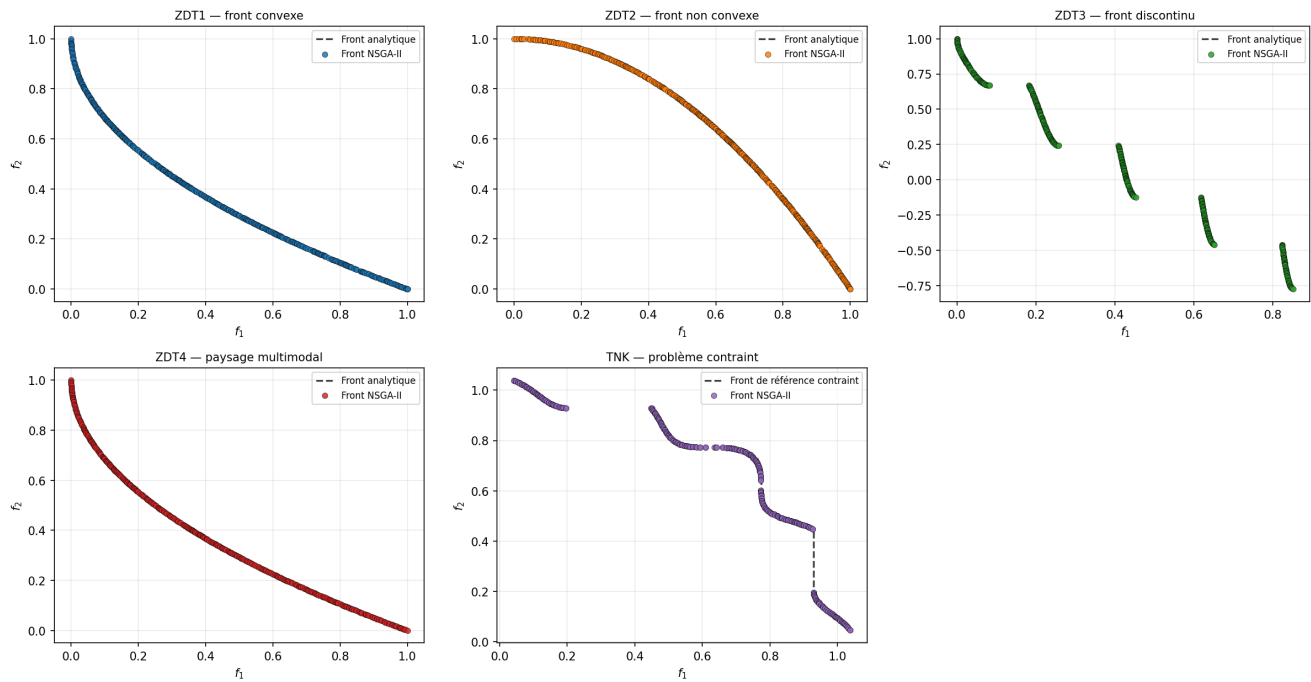


FIGURE 7. Validation du moteur NSGA-II sur cinq fonctions-test canoniques. Les points colorés représentent les fronts obtenus par le moteur, tandis que les lignes noires en pointillés indiquent les fronts analytiques ou de référence. Les benchmarks ZDT1 à ZDT4 testent différentes géométries de front ; TNK teste la gestion de contraintes non linéaires.

TABLE 9. Fonctions-test utilisées pour la validation du moteur NSGA-II.

Problème	Référence	# vars	Propriété testée	Résultat observé
ZDT1	Zitzler et al. (2000)	30	Front convexe continu, défini par $f_2 = 1 - \sqrt{f_1}$.	Le front obtenu se superpose graphiquement au front analytique.
ZDT2	Zitzler et al. (2000)	30	Front non convexe continu, défini par $f_2 = 1 - f_1^2$.	Le moteur reconstruit correctement la courbure du front analytique.
ZDT3	Zitzler et al. (2000)	30	Front discontinu composé de plusieurs segments disjoints.	Les différents segments du front sont retrouvés sans connexion artificielle entre les zones discontinues.
ZDT4	Zitzler et al. (2000)	10	Paysage de recherche multimodal avec le même front analytique que ZDT1.	Le moteur converge vers le front attendu malgré la présence de nombreux optimums locaux.
TNK	Tanaka et al. (1995)	2	Problème bi-objectif contraint avec deux contraintes non linéaires.	Les solutions obtenues sont faisables et suivent la frontière contrainte de référence.

Les résultats confirment la capacité du moteur à reconstruire des fronts de Pareto de formes variées. Les cas ZDT1 et ZDT2 valident la convergence sur des fronts continus de courbures différentes. ZDT3 montre que le moteur parvient à maintenir une diversité de solutions sur un front discontinu. ZDT4 confirme la robustesse de la recherche dans un paysage multimodal, où le front optimal reste simple mais l'espace de décision contient de nombreux optimums locaux.

Enfin, TNK complète cette validation en introduisant explicitement des contraintes non linéaires. Contrairement aux cas ZDT, son front représenté n'est pas une formule analytique simple mais une frontière de référence reconstruite à partir de l'espace faisable. Ce benchmark vérifie que le moteur combine bien tri non dominé et traitement des contraintes avant son application au cas institutionnel, où les contraintes de cardinalité, de classes d'actifs, de concentration, de beta, de liquidité et d'ESG sont imposées simultanément.

Annexe 3 — Univers d'investissement : thèses par ligne

Note de lecture. Chaque ligne est présentée selon trois axes : *rôle portefeuille* (fonction d'allocation au sein du mandat), *thèse fondamentale* (moteur de performance identifiable sur un horizon de 5 à 10 ans) et *score ESG* avec qualification. Ces éléments ne constituent pas une recommandation d'investissement ligne par ligne, mais une justification qualitative de la présence des instruments dans l'univers optimisé.

Actions US — Technologie et Communication (7 lignes)

MSFT — Microsoft Corporation. Cœur equity qualité du portefeuille, proxy d'exposition à l'IA entreprise avec beta modéré. La franchise Azure demeure l'un des principaux relais de croissance du groupe, portée par la migration cloud, l'intégration progressive des outils d'IA générative et la profondeur de l'écosystème Microsoft. La génération de cash-flow libre permet de soutenir simultanément dividendes, rachats d'actions et investissement technologique. Gouvernance considérée comme référence sectorielle. *ESG 82* — niveau *leader*, contribution positive au niveau ESG agrégé du portefeuille.

AAPL — Apple Inc. Position défensive dans le bloc technologique, jouant un rôle d'amortisseur en régime de stress grâce à la qualité bilancière et à la récurrence de l'écosystème. Base installée très large, croissance structurelle des services, marges élevées et politique de rachat d'actions importante. L'exposition à la Chine constitue à la fois un moteur de croissance et un facteur de risque. *ESG 74* — objectif de neutralité carbone 2030, chaîne d'approvisionnement surveillée.

GOOGL — Alphabet Inc. Exposition à l'IA générative de deuxième vague (Gemini, infrastructure TPU) et franchise publicitaire digitale structurelle. Position dominante dans la recherche en ligne, YouTube comme moteur supplémentaire de revenus publicitaires, et Google Cloud en amélioration progressive de rentabilité. La valorisation reste généralement plus modérée que celle de certains pairs technologiques. *ESG 72* — bonne transparence, débats persistants sur les pratiques concurrentielles.

NVDA — NVIDIA Corporation. Pari cyclique à haut beta sur le super-cycle de CAPEX lié à l'IA, intégré avec prudence dans l'univers afin de gérer la volatilité induite. Fournisseur central des GPU data center, écosystème CUDA difficile à répliquer à court terme et pricing power élevé. La question principale porte sur la durabilité du cycle d'investissement au-delà de 2026-2027. *ESG 68* — score correct, consommation électrique des data centers en débat.

META — Meta Platforms. Machine à cash publicitaire avec optionnalité IA via les modèles Llama et l'infrastructure interne. La discipline de coûts mise en place depuis 2023 a permis une amélioration significative des marges. Reality Labs reste un pari de long terme dilutif, mais absorbable par la génération de cash du cœur publicitaire. *ESG 58* — score médian, débats sur la gouvernance, la modération de contenu et la protection des données.

CRM — Salesforce Inc. Exposition SaaS entreprise avec transition vers un modèle davantage orienté *margin over growth*. Leader CRM mondial, développement de Data Cloud et Einstein AI, amélioration des marges après pression activiste. La valorisation reste raisonnable au regard de la base installée et du potentiel de monétisation IA. *ESG 76* — *B Corp*, référence sur le modèle philanthropique 1-1-1.

AMZN — Amazon.com Inc. Double exposition e-commerce et cloud, avec inflexion progressive des marges. AWS demeure le principal centre de rentabilité du groupe, tandis que la logistique nord-américaine a été optimisée après la phase de surinvestissement post-pandémie. Amazon Ads constitue un relais de croissance à forte marge. *ESG 62* — climat, chaîne d'approvisionnement et conditions de travail en entrepôt régulièrement discutés.

Actions US — Santé (5 lignes)

JNJ — Johnson & Johnson. Ancre défensive du bloc santé, avec beta historiquement inférieur à celui du marché. Dividend aristocrat, pipeline diversifié post-spin-off de Kenvue (pharma et medtech), qualité bilancière très élevée et forte capacité de résilience en cycle défavorable. *ESG 72* — score solide, contentieux historiques suivis et provisionnés.

UNH — UnitedHealth Group. Exposition managed care, portée par le vieillissement démographique et l'intégration verticale d'Optum. Plus grand assureur santé US par revenus, historique de croissance bénéficiaire robuste et capacité à absorber les débats réglementaires récurrents. *ESG 62* — score médian, débats sur les pratiques de remboursement et l'accès aux soins.

LLY — Eli Lilly and Company. Conviction forte sur les traitements GLP-1 (Mounjaro, Zepbound), avec une thèse fondée sur l'expansion structurelle du marché de l'obésité et du diabète. Pipeline au-delà du GLP-1, notamment en Alzheimer et oncologie, et efforts importants d'investissement industriel pour répondre à la demande. *ESG 72* — initiatives d'accès aux médicaments, notamment sur certains traitements essentiels.

PFE — Pfizer Inc. Exposition big pharma à rendement élevé comme contrepoids aux positions de croissance du bloc santé. Dividende soutenu par le cash-flow, pipeline reconstitué via acquisitions, notamment dans l'oncologie. La normalisation des revenus post-Covid crée un point d'entrée potentiellement plus favorable. *ESG 67* — score solide, débats récurrents sur le prix des médicaments.

ABBV — AbbVie Inc. Transition post-Humira appuyée par la diversification en immunologie avec Skyrizi et Rinvoq. Portefeuille oncologie solide, présence en neuroscience et esthétique médicale, rendement de dividende attractif et retour attendu à la croissance après la phase de transition. *ESG 64* — score correct, controverses historiques liées au pricing progressivement intégrées.

Actions US — Consommation (5 lignes)

PG — Procter & Gamble. Ancre défensive consumer staples avec pricing power démontré pendant les épisodes inflationnistes récents. Leader de catégories essentielles (Pampers, Tide, Gillette), marges stables, portefeuille de marques mondial et long historique de distribution de dividendes. *ESG 76* — bonnes pratiques environnementales sur les emballages et transparence de reporting.

KO — The Coca-Cola Company. Marque globale défensive, modèle de licences et de royalties générant des revenus récurrents à marge élevée. Exposition aux marchés émergents pour la croissance organique, portefeuille diversifié au-delà du soda et génération de cash soutenant le dividende. *ESG 64* — score correct, débats sur le sucre, l'eau et les emballages.

WMT — Walmart Inc. Ancre alimentaire pouvant bénéficier des épisodes d'inflation via le *trade-down* des consommateurs vers les enseignes discount. Modèle omnicanal mature, développement de Walmart Connect dans la publicité et rôle défensif lié à la consommation essentielle. *ESG 60* — score médian, conditions de travail historiquement surveillées.

COST — Costco Wholesale. Modèle membership unique, taux de renouvellement élevé et croissance défensive par ouverture progressive de clubs. Marges structurellement faibles mais compensées par la loyauté clientèle, la rotation des stocks et la discipline prix. *ESG 66* — score solide, bonnes pratiques relatives à la rémunération des employés.

HD — The Home Depot Inc. Exposition cyclique au logement et à la rénovation, équilibrant les positions plus défensives du bloc consommation. Franchise forte auprès des professionnels, marges supérieures à de nombreux pairs et thèse de long terme liée au vieillissement du parc immobilier américain. *ESG 62* — score correct, sourcing bois certifié en progression.

Actions US — Financières (4 lignes)

JPM — JPMorgan Chase. Banque de référence avec bilan robuste et diversification entre banque d'affaires, banque de détail et asset management. Bénéficiaire potentiel d'un environnement de taux plus élevés via le revenu net d'intérêt, tout en restant exposée au cycle de crédit. Gouvernance considérée comme l'une des plus solides du secteur. *ESG 58* — score médian, financement des énergies fossiles en transition documentée.

BAC — Bank of America. Franchise de dépôts US à faible coût et forte sensibilité aux mouvements de taux. Exposition dominante au consumer banking domestique, qualité d'actifs renforcée depuis la crise financière et politique de retour aux actionnaires. *ESG 60* — score correct, décarbonation du portefeuille de crédit formalisée.

V — Visa Inc. Exposition réseau paiements, portée par la digitalisation des transactions et la reprise des paiements transfrontaliers. Marges très élevées, conversion de cash-flow importante et absence d'exposition directe au risque de crédit bancaire. *ESG 72* — bon niveau de gouvernance et transparence élevée.

BRK-B — Berkshire Hathaway. Holding diversifiée multi-métiers jouant un rôle d'amortisseur portefeuille. Réserve de liquidité importante permettant l'opportunisme, portefeuille d'actions cotées de qualité et activités d'assurance génératrices de float. *ESG 55* — score plus faible, expositions à certains actifs fossiles, mais transparence financière élevée.

Actions US — Industrie (3 lignes)

CAT — Caterpillar Inc. Proxy CAPEX infrastructure, exposé aux cycles de construction, de mines et d'équipement lourd. Franchise dominante, revenus d'après-vente plus stables et exposition indirecte à la transition énergétique via la demande de métaux industriels. *ESG 52* — score faible, exposition mining et énergies fossiles, engagement progressif vers l'électrification de la flotte.

DE — Deere & Company. Leader de la mécanisation agricole avec avance technologique en agritech de précision. Thèse liée à la sécurité alimentaire, à l'automatisation agricole et à la productivité des exploitations. Le segment financial services soutient également la rentabilité. *ESG 60* — score correct, leadership technologique sur l'agriculture durable.

HON — Honeywell International. Industriel diversifié exposé à l'aéronautique civile, à l'automatisation industrielle et aux bâtiments intelligents. Le portefeuille d'activités bénéficie de thèmes structurels liés à l'efficacité énergétique, à la reprise du trafic aérien et à la digitalisation industrielle. *ESG 64 — score correct, solutions de technologies durables en croissance.*

Actions Europe — Grandes capitalisations (8 lignes)

ASML.AS — ASML Holding. Monopole mondial de la lithographie EUV, brique indispensable à la chaîne des semi-conducteurs avancés. Position technologique unique, carnet de commandes élevé et exposition directe aux investissements des grandes fonderies et fabricants de semi-conducteurs. *ESG 80 — leader, efforts de R&D sur l'efficacité énergétique des machines.*

SAP.DE — SAP SE. Leader européen des logiciels d'entreprise, avec transition cloud avancée via RISE with SAP. Base installée massive, coûts de changement élevés, expansion progressive des marges et argument croissant de souveraineté numérique européenne. *ESG 78 — leader, transparence avancée en reporting ESG.*

MC.PA — LVMH Moët Hennessy Louis Vuitton. Pricing power du luxe, exposition à la richesse globale et à la consommation haut de gamme. Portefeuille de marques dominant, marges élevées et résilience historique face aux ralentissements du cycle luxe. *ESG 68 — score correct, initiatives LIFE 360 sur les matériaux et la durabilité.*

NESN.SW — Nestlé SA. Ancre staples défensive européenne, avec diversification géographique et hedge naturel CHF. Portefeuille large (café, eau, petfood, nutrition) et capacité de pricing power en environnement inflationniste. La nutrition santé constitue un relais de croissance de long terme. *ESG 71 — score solide, sujets historiques liés au plastique et à l'eau en amélioration documentée.*

NOVO-B.CO — Novo Nordisk A/S. Co-leader GLP-1 avec Lilly, exposition structurelle au marché de l'obésité et du diabète. Capacité de production en expansion, pipeline au-delà du GLP-1 et forte visibilité de croissance à moyen terme. *ESG 77 — leader, pratiques d'accès aux médicaments en progression et recherche sur les tests non animaux.*

ALV.DE — Allianz SE. Leader européen de l'assurance avec rendement de dividende attractif et passif naturellement libellé en euro, ce qui en fait un complément cohérent pour un fonds de pension européen. Asset management via PIMCO et AGI, solvabilité robuste et discipline de capital. *ESG 72 — score solide, engagement Net-Zero Asset Owner Alliance formalisé.*

SAF.PA — Safran SA. Exposition aéronautique civile et défense, avec modèle économique *razor/blades* via l'aftermarket moteurs. Duopole industriel avec GE via CFM, reprise du trafic aérien et exposition croissante aux budgets de défense européens. *ESG 65 — score correct, investissements en carburants d'aviation durables et technologies de réduction d'émissions.*

SIE.DE — Siemens AG. Industriel européen diversifié, exposé à l'automatisation, à la souveraineté industrielle, aux réseaux électriques et à la mobilité. Siemens Digital Industries et les activités liées à l'électrification soutiennent la thèse de long terme. *ESG 74 — score solide, leader du reporting Taxonomie UE.*

Actions — Transition énergétique (3 lignes)

NEE — NextEra Energy. Premier opérateur renouvelable US combiné à une base utility régulée en Floride. Profil hybride entre croissance renouvelable et génération de cash régulée. Pipeline de développement significatif et exposition favorable aux crédits liés à la transition énergétique. *ESG 88 — leader absolu, contribution majeure au niveau ESG agrégé du portefeuille.*

ORSTED.CO — Ørsted A/S. Pure-play éolien offshore mondial, fortement aligné avec les objectifs de décarbonation européens. Leader technologique malgré les difficultés récentes sur certains projets US, avec discipline capitaliste renforcée et pipeline européen sécurisé. *ESG 90 — top-tier mondial, modèle très aligné avec les objectifs de transition énergétique.*

ENR.DE — Siemens Energy AG. Exposition au cycle d'investissement dans les réseaux électriques et à la restructuration de l'éolien. Franchise grid technology indispensable à l'électrification, backlog important et potentiel de retournement opérationnel après les difficultés de Gamesa. *ESG 75 — score solide, reporting Taxonomie robuste.*

Actions — Marchés émergents et ETF (5 lignes)

TSM — Taiwan Semiconductor Manufacturing. Premier fondeur mondial, position critique dans la chaîne de valeur de l'IA et des semi-conducteurs avancés. Avance technologique sur les nœuds de gravure, pricing power croissant et expansion géographique visant à réduire le risque de concentration à Taiwan. *ESG 74 — score solide, gouvernance de référence dans les semi-conducteurs asiatiques.*

005930.KS — Samsung Electronics. Exposition au cycle mémoire (DRAM, NAND) et à la demande HBM liée à l'IA. Valorisation historiquement décotée, diversification via les écrans, le mobile et les composants. La structure conglomerale reste un facteur de décote. *ESG 68 — score correct, gouvernance familiale en progression.*

IEFA — iShares MSCI EAFE. Véhicule de diversification vers les marchés développés hors US, couvrant Europe, Japon et Asie-Pacifique développée. Sert de ballast au biais US naturel de l'univers et introduit une diversification géographique à faible coût. *ESG 68* — score correct, reflet d'une composition indicielle large.

VWO — Vanguard FTSE Emerging Markets. Exposition large aux marchés émergents, fondée sur une thèse de valorisation relative attractive à long terme. Pondération significative de la Chine, mais présence croissante de l'Inde et de l'Asie du Sud-Est dans l'indice. *ESG 62* — score médian, pondération de secteurs émergents moins favorables au niveau ESG agrégé.

SUSA — iShares MSCI USA ESG Select. Version ESG de l'exposition large-cap US, avec faible tracking error par rapport aux grands indices américains. Filtre *best in class* sectoriel et scoring MSCI ESG Leaders. Sert d'alternative crédible à une exposition S&P 500 pure dans un cadre SFDR Article 8. *ESG 85* — *leader composite*, levier majeur d'amélioration du score ESG agrégé.

Obligations — Souverain EUR (5 lignes)

IBTS.MI — iShares EUR Gov 1-3M T-Bills. Équivalent cash, réserve de liquidité active rémunérée aux taux courts EUR. Duration quasi nulle, risque crédit faible et flexibilité de redéploiement. *ESG 72* — standard souverain EUR.

IBGM.MI — iShares EUR Gov 3-5Y. Duration intermédiaire, brique de *liability matching* pour un horizon 5–10 ans. Combinaison rendement/duration équilibrée et rôle d'ancre obligataire structurelle. *ESG 78* — score solide, exposition à des souverains EUR de qualité.

IBGL.MI — iShares EUR Gov 15-30Y. Duration longue, ballast en régime de désinflation ou de baisse des taux. Convexité élevée et rôle de couverture en scénario récessif, au prix d'une sensibilité importante aux mouvements de taux longs. *ESG 78* — standard souverain EUR cœur.

IBCI.MI — iShares EUR Inflation Linked. Couverture inflation via indexation HICP, cohérente avec le passif indexé du fonds. Protection réelle contre les épisodes inflationnistes persistants et réduction du risque de base entre actifs et passifs. *ESG 80* — souverains EUR de qualité, composante linker.

IGLA.MI — iShares EUR Gov 1-3Y. Obligations souveraines courtes, profil *cash-like* rémunéré avec duration modérée. Point intermédiaire entre T-Bills et obligations 3–5 ans, utile pour calibrer finement la duration globale. *ESG 78* — standard souverain EUR cœur.

Obligations — Corporate EUR (3 lignes)

IEAC.L — iShares EUR Corp Bond. Exposition investment grade corporate zone euro, offrant un spread additionnel par rapport au souverain. Duration intermédiaire, qualité crédit majoritairement A/BBB et diversification entre banques, utilities et télécoms. *ESG 68* — score correct, reflet d'une composition crédit européenne majoritairement défensive.

IHYG.L — iShares EUR HY Corp. Exposition high yield zone euro, utilisée comme source de portage additionnel avec contrepartie de risque crédit et beta equity plus élevés. Maintenu à dose mesurée dans l'univers. *ESG 48* — score faible, émetteurs cycliques et sujet de vigilance pour le niveau ESG agrégé.

XBGS.MI — Xtrackers EUR Corp Green. Green bonds corporate zone euro, utiles pour renforcer l'alignement du portefeuille avec les objectifs de transition. Profil rendement proche du crédit IG classique, avec argument qualitatif fort pour le reporting SFDR. *ESG 92* — *top-tier*, contribution majeure au reporting Taxonomie et au score ESG agrégé.

Obligations — US et global (12 lignes)

SHY — iShares 1-3Y Treasury. Duration courte USD, brique cash-like dollar. Permet de conserver une exposition USD avec risque de taux limité, utile en cas de divergence entre politique monétaire Fed et BCE. *ESG 72* — standard souverain US.

IEF — iShares 7-10Y Treasury. Exposition *safe haven* USD avec duration intermédiaire. Diversificateur historique des portefeuilles multi-actifs, particulièrement utile en scénario de stress désinflationniste. *ESG 72* — standard souverain US.

TLT — iShares 20+Y Treasury. Duration longue USD et convexité élevée. Levier de couverture contre la récession et la désinflation, mais volatilité importante et forte sensibilité aux taux longs. *ESG 70* — standard souverain US.

TIP — iShares TIPS. Protection inflation US, complémentaire aux linkers EUR. Permet de diversifier la couverture inflation sur la dimension USD et de réduire le risque de base international. *ESG 75* — standard souverain US, composante linker.

LQD — iShares USD IG Corporate. Exposition corporate investment grade US, offrant un spread additionnel face aux Treasuries. Diversification sectorielle large, duration plus élevée et qualité crédit majoritairement investment grade. *ESG 66* — score correct, exposition à des émetteurs US diversifiés.

EMB — iShares JPM USD EM Bond. Carry souverain émergent en USD, avec rendement structurellement supérieur au crédit développé. Risque pays diversifié, sensibilité au dollar et volatilité EM assumée. *ESG 52* — score faible, forte hétérogénéité de qualité de gouvernance des souverains émergents.

EMLC — VanEck EM Local Currency. Exposition obligataire émergente en devise locale, utile pour diversifier le risque dollar et capter les cycles de détente monétaire dans les économies émergentes. Volatilité de change élevée. *ESG 50* — score faible, similaire à l'exposition EMB.

BND — Vanguard Total Bond Market. US Aggregate large, couvrant Treasuries, MBS et corporate investment grade. Exposition obligataire diversifiée, peu coûteuse, servant de beta fixe income large. *ESG 70* — score correct, composition aggregate standard.

IGLT.L — iShares Core UK Gilts. Duration souveraine GBP, diversificateur face à la courbe EUR. Exposition à la politique monétaire britannique et à une devise de réserve additionnelle. *ESG 72* — standard souverain UK.

IEGA.MI — iShares Global Aggregate EUR-hedged. Exposition obligataire mondiale diversifiée couverte en EUR, neutralisant le risque de change. Brique obligataire globale permettant une diversification large sans ajouter de volatilité FX. *ESG 68* — score correct, pondération mondiale standard.

FLOT — iShares USD Floating Rate. Duration effective quasi nulle via coupons flottants. Brique *cash+* en USD, résiliente en cas de remontée des taux et utile pour conserver du portage à faible duration. *ESG 68* — score correct, émetteurs majoritairement investment grade.

CWB — SPDR Bloomberg Convertible. Hybride actions/obligations combinant participation à la hausse des actions et protection partielle par le plancher obligataire. Exposition biaisée vers les émetteurs de croissance, avec convexité positive en rallye equity. *ESG 62* — score médian, reflet de la composition des émetteurs.

Alternatifs cotés (10 lignes)

SGLN.L — iShares Physical Gold. Or physique en ETC, utilisé comme couverture du risque de queue. Actif refuge en stress géopolitique ou financier, soutenu par la demande des banques centrales et par son rôle historique de réserve de valeur. *ESG 55* — score médian, sourcing responsable en progression mais débats miniers persistants.

SLV — iShares Silver Trust. Argent, hybride métal précieux et métal industriel. Amplifie souvent les mouvements de l'or tout en bénéficiant d'une demande industrielle liée au solaire et à l'électronique. *ESG 52* — score médian, exposition minière.

DBC — Invesco DB Commodity. Panier large de matières premières, avec exposition énergie, métaux et agricoles. Couverture potentielle contre la stagflation, mais structure futures exposée au contango/backwardation et volatilité élevée. *ESG 42* — score faible, exposition significative aux énergies fossiles.

COPX.L — Global X Copper Miners. Pure-play cuivre, thème central de l'électrification. Demande soutenue par les réseaux électriques, véhicules électriques et renouvelables, mais forte sensibilité au cycle industriel mondial. *ESG 50* — score médian, efforts de décarbonation du secteur minier documentés mais exposition environnementale significative.

URA — Global X Uranium. Exposition à la renaissance du nucléaire, portée par les politiques de sécurité énergétique et la demande d'électricité bas carbone. Offre contrainte et intérêt renouvelé pour les SMR, mais volatilité élevée du secteur. *ESG 55* — score médian à positif, nucléaire reconnu par la Taxonomie UE sous conditions.

LIT — Global X Lithium & Battery Tech. Chaîne d'approvisionnement batteries et véhicules électriques, combinant mineurs de lithium, transformateurs et fabricants de batteries. Cycle court terme pénalisé par la surcapacité, mais thèse structurelle intacte sur stockage stationnaire et électrification. *ESG 56* — score médian, impact minier significatif mais rôle central dans la transition énergétique.

IFGL.L — iShares Global REIT ex-US. Immobilier coté ex-US, exposition aux actifs réels et à la couverture inflation via loyers indexés. Diversification géographique Europe-Asie et complément au biais US du portefeuille. *ESG 58* — score médian, efficacité énergétique des bâtiments en progression.

VNQ — Vanguard Real Estate. Immobilier coté US, revenus récurrents via loyers et exposition diversifiée (logistique, résidentiel, santé, data centers). Corrélation importante aux taux longs, mais diversification sectorielle utile. *ESG 62* — score correct, certifications bâtiments en progression.

NFRA — FlexShares Global Infrastructure. Infrastructure cotée mondiale : utilities régulées, télécoms, transport et pipelines. Cash-flows régulés ou contractés, indexation partielle à l'inflation et exposition aux investissements liés aux réseaux et à la transition énergétique. *ESG 72* — score solide, composition biaisée vers utilities et infrastructures de transition.

HDRO — Defiance Next Gen H2. Thématique hydrogène émergente : électrolyseurs, piles à combustible, infrastructures de transport et de stockage. Pari de long terme à forte volatilité, davantage qualitatif que quantitatif, intégré avec prudence. *ESG 78* — score solide, thème pur de décarbonation.

Auto-évaluation

J'estime que ce projet peut raisonnablement se situer dans une fourchette de **17 à 19/20**, compte tenu de la charge de travail fournie, du fait qu'il a été mené seul, et du niveau de développement atteint sur un sujet actuel et non trivial. Le travail ne s'est pas limité à appliquer une méthode connue : il a fallu concevoir un moteur d'optimisation, formaliser un problème institutionnel crédible, mettre en place la récupération des données, construire le dataset, valider le comportement du solveur, interpréter les résultats obtenus et mettre en évidence les limites de l'étude.

Pour autant, la note en elle-même est pour moi d'importance relative. Dans le contexte de cette année, l'enjeu principal était surtout de retrouver une dynamique de travail saine, de reprendre du plaisir, et d'aller au bout de ce diplôme en fournissant un travail sérieux.

Points forts

- **Le projet dépasse le cahier des charges minimal et s'inscrit dans un courant de recherche actuel.**
- **L'implémentation est substantielle.** Le travail a porté à la fois sur l'architecture du moteur, le traitement des contraintes, le décodage du chromosome, la récupération des données, la construction du dataset, la génération des expériences et l'analyse des résultats.
- **La validation du moteur est explicite.** Le solveur est d'abord contrôlé sur fonctions-test canoniques, puis confronté à une référence de type Markowitz dans un cadre moyenne-variance. Cette étape permet de vérifier que le moteur retrouve une frontière efficiente connue avant d'être appliqué au problème institutionnel complet.
- **Le sujet traité est riche sur le plan financier.** Le cadre retenu mobilise un véritable problème de gestion institutionnelle : rendement espéré, risque de queue, score ESG, cardinalité, bornes par ligne, classes d'actifs, exposition devise, liquidité, concentration et beta.
- **Le projet transpose une intuition de recherche vers un cadre instrumental plus granulaire.** Le travail prolonge l'approche d'El Azri (2025), fondée sur une analyse agrégée et discrétisée de la frontière multidimensionnelle, en l'appliquant à un univers combinatoire d'instruments individuels à poids continus. Cette translation rend le problème plus proche d'une décision réelle d'allocation, mais aussi plus complexe sur le plan algorithmique : il ne s'agit plus seulement de comparer quelques classes d'actifs, mais de sélectionner et pondérer des lignes individuelles sous contraintes institutionnelles.

Ouvertures et prolongements

Les principales limites du cadre proposé sont reconnues dans le corps du rapport. Elles ne remettent pas en cause l'intérêt du travail réalisé, mais définissent plutôt des prolongements naturels si le projet devait susciter un intérêt de continuation.

Une première extension consisterait à intégrer explicitement les **coûts de transaction, de rotation et de rebalancement**, afin de rapprocher davantage le modèle d'une mise en œuvre réelle. Une deuxième piste serait de renforcer l'estimation des **rendements espérés** par des méthodes plus robustes, par exemple via shrinkage, modèles factoriels ou approche Black-Litterman. Enfin, l'approche pourrait être étendue vers une **gestion dynamique du portefeuille**, dans une logique multi-périodes où l'allocation serait révisée au cours du temps en fonction de l'évolution des marchés et des contraintes.

Autrement dit, les simplifications retenues ici définissent surtout un point de départ solide pour un *future work* plus proche des conditions effectives de gestion d'actifs.

Articulation avec le cours

Le projet s'inscrit directement dans les acquis de l'UE *Optimisation numérique*, en particulier par la mise en place et l'appropriation concrète des techniques d'optimisation génétique. L'enjeu n'a pas seulement été d'utiliser NSGA-II comme une boîte noire, mais d'en comprendre les mécanismes : représentation chromosomique, décodage, sélection, croisement, mutation, dominance de Pareto, traitement des contraintes et remplacement élitiste.

N'ayant pas suivi l'ensemble des séances, ce projet m'a permis d'approfondir les notions centrales du cours et de parcourir les différents matériels pédagogiques à disposition avec une réelle application derrière, ce qui m'a certainement aidé à mieux fixer la matière.

Apprentissages

Le décodage est une étape structurante dans ce problème de portefeuille. Dans ce projet, l'une des difficultés principales a été de passer d'un chromosome brut manipulable par l'algorithme à un portefeuille financièrement exploitable. Les premières versions laissaient certaines contraintes mécaniques, notamment le plein investissement et le lien entre poids et inclusion, en tant que simples contraintes résolues par l'algorithme. Cela rendait la recherche instable et produisait très peu d'individus directement exploitables. L'introduction d'un décodeur

déterministe a permis de transformer systématiquement chaque chromosome en un portefeuille cohérent avant l'évaluation. La leçon n'est pas que le paramétrage de l'algorithme serait secondaire, mais qu'il ne peut être efficace que si la représentation et le décodage du problème sont eux-mêmes bien conçus.

Le multi-objectif révèle des compromis et des liens que des optimisations isolées omettent. L'analyse du front montre que maximiser séparément le rendement, minimiser la CVaR ou maximiser l'ESG conduit à des portefeuilles très différents. Le rôle du front de Pareto est précisément de rendre visibles ces arbitrages plutôt que de les réduire à un score unique fixé arbitrairement. Ce projet m'a confirmé l'intérêt pratique de l'approche multi-objectif : elle ne force pas une décision unique trop tôt, mais cartographie les compromis disponibles. C'est une logique que je pense pouvoir réutiliser dans d'autres contextes où plusieurs critères doivent être conciliés simultanément.

Annexe 4 — Fiches de lecture des articles scientifiques

Markowitz (1952) — Journal of Finance. Article fondateur de la théorie moderne du portefeuille. Markowitz formalise l'allocation comme un arbitrage entre rendement espéré et risque, mesuré par la variance du portefeuille. **Apport :** référence théorique principale pour la validation du moteur dans un cadre moyenne-variance classique.

El Azri (2025) — HEC Liège. Mémoire proposant une extension multidimensionnelle de la frontière efficiente, en intégrant des dimensions ESG et réglementaires au-delà du couple rendement-risque traditionnel. **Apport :** point de départ conceptuel du présent travail, qui transpose cette intuition d'un univers agrégé et discrétisé vers un univers combinatoire d'instruments individuels à poids continus.

Deb et al. (2002) — IEEE Transactions on Evolutionary Computation. Article fondateur de NSGA-II. Il introduit le tri rapide par fronts non dominés, la crowding distance et un remplacement élitiste fondé sur la fusion parents-enfants. **Apport :** ossature algorithmique principale du moteur multi-objectif utilisé dans ce travail.

Deb & Agrawal (1995) — Complex Systems. Article introduisant le *Simulated Binary Crossover* (SBX), conçu comme un analogue continu du croisement binaire pour les variables réelles. **Apport :** fondement de l'opérateur de croisement utilisé dans le moteur, décrit aux équations 42–43.

Deb (2000) — Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. Article présentant une méthode de traitement des contraintes sans paramètre de pénalité, fondée sur la dominance contrainte. Une solution faisable est toujours préférée à une solution infaisable ; entre deux solutions infaisables, celle qui présente la plus faible violation est retenue. **Apport :** base méthodologique du traitement des contraintes institutionnelles après décodage.

Artzner et al. (1999) — Mathematical Finance. Article fondateur sur les mesures cohérentes de risque. Les auteurs formalisent les propriétés attendues d'une mesure de risque, notamment la sous-additivité et la monotonie. **Apport :** justification théorique du recours à une mesure de risque de queue plus adaptée que la variance dans un contexte institutionnel.

Rockafellar & Uryasev (2000) — Journal of Risk. Article central sur l'optimisation de la Conditional Value-at-Risk. Il montre que la CVaR peut être intégrée dans un problème d'optimisation de portefeuille et constitue une mesure pertinente des pertes extrêmes. **Apport :** justification de la CVaR à 95% comme objectif de risque dans la formulation tri-objectif.

Krokhmal et al. (2002) — Journal of Risk. Application de la CVaR à l'optimisation de portefeuille avec objectif et contraintes de risque. **Apport :** ancrage financier de l'utilisation de la CVaR dans un cadre d'allocation d'actifs.

Efron & Tibshirani (1993) — Chapman & Hall. Ouvrage de référence sur les méthodes bootstrap. **Apport :** fondement méthodologique de l'estimation empirique de la CVaR par rééchantillonnage historique des scénarios de rendement.

DeMiguel et al. (2009) — Review of Financial Studies. Article montrant que les portefeuilles optimisés peuvent être très sensibles aux erreurs d'estimation et que la stratégie naïve $1/N$ reste souvent compétitive hors échantillon. **Apport :** justification de la comparaison avec des stratégies de référence simples et de la prudence dans l'interprétation des portefeuilles optimaux.

Ledoit & Wolf (2004) — Journal of Multivariate Analysis. Article proposant une méthode de shrinkage pour obtenir une estimation plus robuste de la matrice de covariance en grande dimension. **Apport :** référence pour les limites de mise en œuvre et les prolongements possibles, notamment l'amélioration de l'estimation des paramètres d'entrée.

Chang et al. (2000) — Computers & Operations Research. Article traitant de l'optimisation de portefeuille avec contrainte de cardinalité, un problème combinatoire difficile dès que l'on impose un nombre limité d'actifs détenus. **Apport :** justification du caractère combinatoire du problème étudié et de l'intérêt d'une approche métaheuristique.

European Parliament and Council of the European Union (2019) — Official Journal of the European Union.
Règlement européen sur les informations à publier en matière de durabilité dans le secteur des services financiers.
Apport : cadre réglementaire justifiant la prise en compte explicite de la dimension ESG dans un mandat de fonds de pension européen de type Article 8.